

## **PROVA CANTONALE DI MATEMATICA: IV media, corso attitudinale INDICAZIONI PER LO SVOLGIMENTO**

### **1. La prova è obbligatoria per tutte le classi di quarta media corso attitudinale.**

Essa ha luogo **lunedì 17 maggio 2021**. La somministrazione è prevista in un **unico momento** della durata di **150 minuti**. Nei singoli istituti la prova ha luogo contemporaneamente.

### **2. Lo svolgimento della prova**

Durante lo svolgimento della prova è concesso l'uso degli strumenti geometrici, della calcolatrice e di un formulario di matematica.

Agli allievi vanno proposte le **richieste 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8** della prova, che devono risolvere e consegnare entro la fine del tempo previsto.

Dopo aver consegnato il testo il docente è tenuto a comunicare chiaramente quanto segue:

- ogni allievo deve affrontare con il massimo impegno il maggior numero possibile di richieste nel tempo di 150 minuti;
- le soluzioni sono da redigere su fogli a parte, salvo le richieste **2.1, 2.2 e 6.1**;
- soltanto chi dovesse aver completato il lavoro è autorizzato a consegnare prima del termine (purché siano previste modalità per garantire la necessaria tranquillità ai compagni ancora al lavoro).

### **3. I docenti sono tenuti a dare solo le indicazioni di cui si parla al punto 2. Quando fosse necessario è possibile dare spiegazioni concernenti la comprensione del testo.**

Durante lo svolgimento della prova, i docenti si impegnano a sorvegliare le classi in modo che i risultati siano attendibili; per facilitare questo compito, la prova è stata redatta nelle due versioni **FILA 1** e **FILA 2**.

### **4. Correzione degli elaborati**

Pur senza prevedere una particolare modalità di correzione, si raccomanda di adottare una procedura che permetta di coinvolgere tutti i docenti della sede con il duplice scopo di prendere visione delle tematiche proposte e stimolare un confronto sugli aspetti valutativi.

### **5. Raccolta dei dati**

I risultati per classe dell'intera prova e di tutta la sede saranno raccolti in forma elettronica. Ulteriori dettagli in merito verranno comunicati in seguito via e-mail.

### **6. Valutazione**

Il gruppo che si è occupato della redazione della prova ha deciso di non proporre dei criteri per l'assegnazione delle note. Si richiede pertanto che all'interno delle singole sedi sia adottata una scala di valutazione discussa e condivisa.

PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

---

*Tempo a disposizione: 150 minuti*

**RICHIESTA 1**

1.1 Risolvere in  $\mathbf{R}$  il sistema di disequazioni 
$$\begin{cases} x+6 \leq 6 \cdot (x+2) \\ 3x - \frac{1}{2} > 4x - 1 \end{cases}$$

1.2 Semplificare l'espressione 
$$\left( \frac{a}{a-1} + \frac{1}{1-a} - \frac{a^2}{a^2-1} \right) \cdot \left( 1 + \frac{1}{a} \right)$$

1.3 Risolvere in  $\mathbf{R}$  la disequazione 
$$-3^2 \cdot (x+1) < 0$$

**RICHIESTA 2**

Evidenziare tutte le espressioni equivalenti a quella data. Sono possibili più risposte.

2.1  $1 - (1 - \sqrt{5})^2$

$\sqrt{5} \cdot (2 - \sqrt{5})$	$-(5 + 2\sqrt{5})$	$\frac{10}{\sqrt{5}} - 5$	5
---------------------------------	--------------------	---------------------------	---

2.2  $\frac{x^{-1} + x^{-2}}{x^{-3}}$

$\frac{x^3}{x+x^2}$	1	$(x+1) \cdot x$	$x^2 + x$
---------------------	---	-----------------	-----------

PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

---

**RICHIESTA 3**

3.1 Risolvere il sistema di equazioni 
$$\begin{cases} 9y = x + 3 \\ 10y - 5 = x \end{cases}$$

3.2 Su un vecchio libro di matematica si trova il seguente problema:

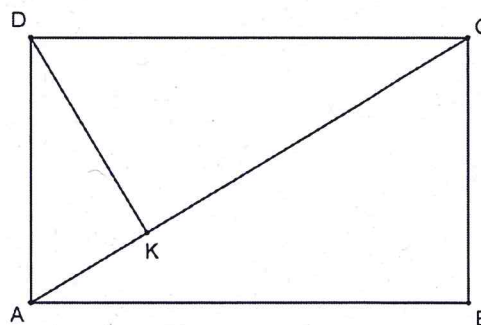
*I partecipanti a una conferenza possono sedersi su panche disposte su diverse file.  
Se si siedono 9 persone per panca, 3 persone rimangono senza posto.  
Se invece si siedono 10 persone per panca, rimangono 5 posti vuoti.  
Determinare il numero delle persone e delle panche.*

Sara ritiene che il sistema di equazioni dato in 3.1 risolve il problema.  
È vero? Motivare la risposta.

**RICHIESTA 4**

Con riferimento alla figura, nella quale il punto K si trova sulla diagonale del rettangolo ABCD, si consideri il caso in cui:

- $DK \perp AC$
- $|AK| = 2,7$  (cm)
- $|DA| = 4,5$  (cm)



- 4.1 Giustificare che i triangoli AKD e CKD sono simili.
- 4.2 Determinare l'area del rettangolo ABCD.
- 4.3 È vero che l'area del triangolo AKD è il 20% dell'area del rettangolo ABCD? Giustificare la risposta.

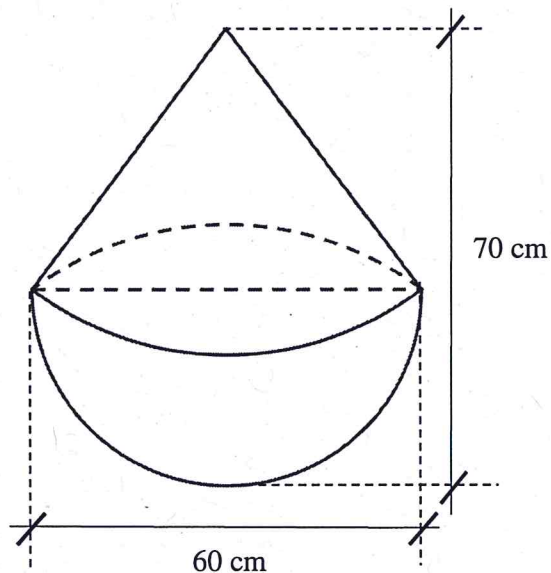
PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

---

**RICHIESTA 5**

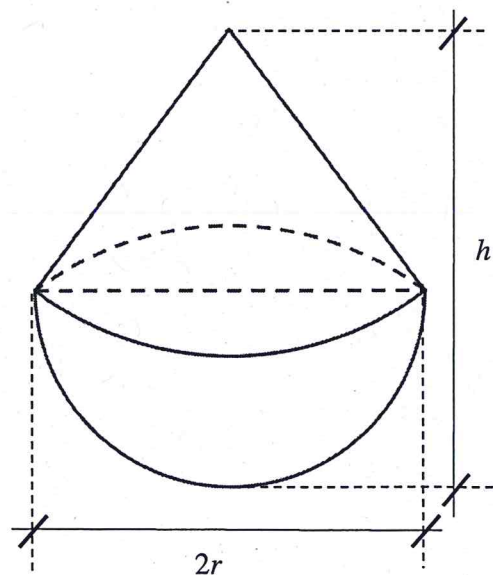
- 5.1 Una boa di ancoraggio per le barche ha la forma di una semisfera alla quale è sovrapposto un cono circolare retto (vedi rappresentazione nella quale sono indicate le misure reali).

Determinare il volume della boa.



- 5.2 Si consideri ora una boa dello stesso tipo della precedente.

Verificare che il volume della boa è dato dalla formula  $V = \frac{1}{3}r^2\pi \cdot (r+h)$



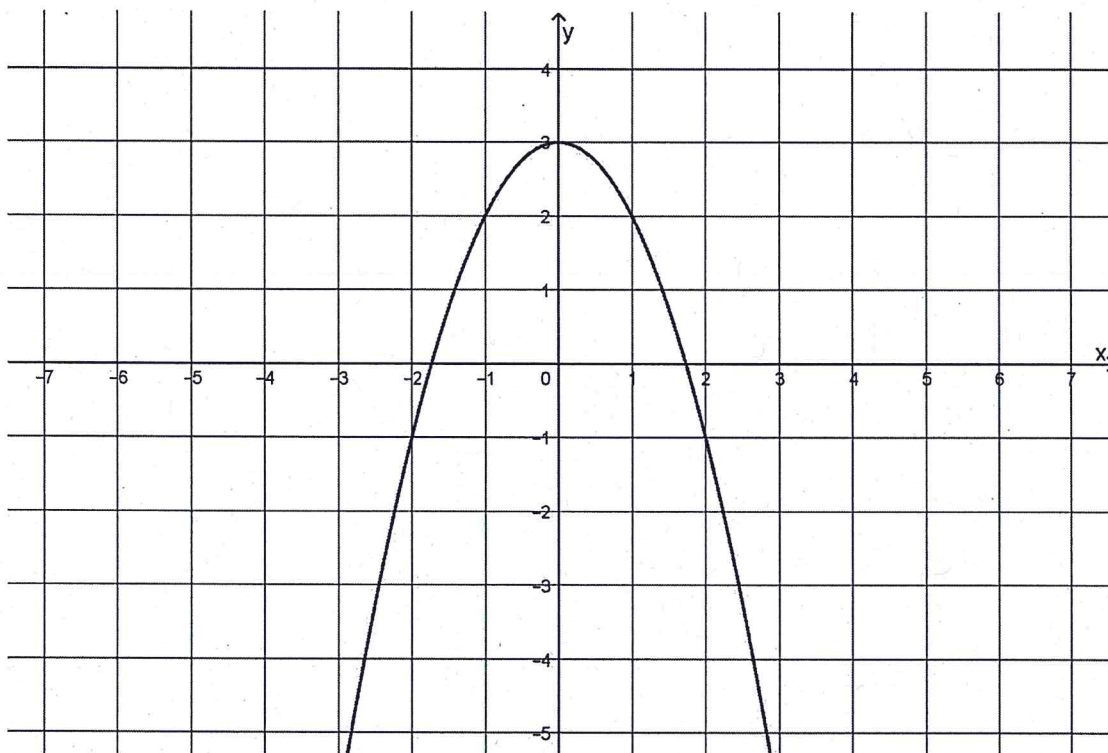


PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

---

**RICHIESTA 6**

Di seguito, rispetto al sistema di riferimento cartesiano  $Oxy$ , è rappresentato il grafico della funzione reale  $f: x \mapsto y = -x^2 + 3$

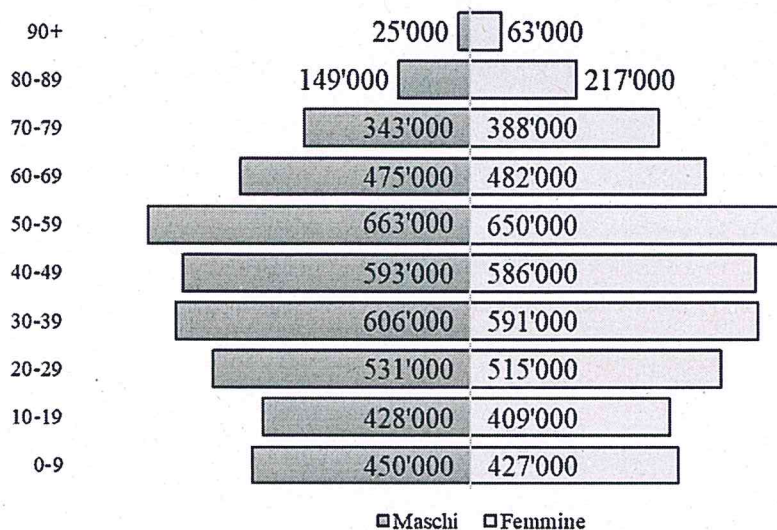


- 6.1 Rappresentare rispetto allo stesso riferimento cartesiano la funzione affine  $g$  tale che  $g(0) = 0$  e  $g(4) = -2$ .
- 6.2 Determinare la forma algebrica della funzione  $g$ .
- 6.3 Verificare, con opportuni calcoli, che il punto  $A(2; -1)$  appartiene sia al grafico di  $f$  sia a quello di  $g$ .
- 6.4 Leggere dal grafico un'approssimazione delle coordinate dell'altro punto di intersezione dei grafici delle due funzioni.
- 6.5 Determinare per quali valori di  $k \in \mathbf{R}$  si ha  $f(k) = -6$ .

**PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE**

**RICHIESTA 7** Il diagramma seguente descrive la ripartizione, per sesso e per fascia di età, della popolazione svizzera nel 2019:

**Ripartizione della popolazione svizzera nel 2019**



La tabella seguente riporta i dati complessivi:

Maschi	Femmine	Totale
4'263'000	4'328'000	8'591'000

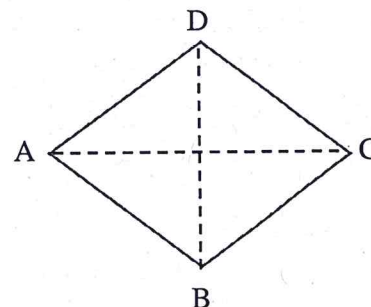
- 7.1 Nel 2019 i maschi svizzeri di età inferiore a 10 anni erano 450'000. Rispetto alla popolazione svizzera totale che percentuale rappresentano?
- 7.2 Quante sono le femmine che hanno almeno 70 anni?
- 7.3 Quante sono le persone di età compresa tra i 40 e i 59 anni?
- 7.4 Scegliendo a caso una persona qual è la probabilità che sia una femmina di età compresa tra i 30 e i 39 anni?
- 7.5 Scegliendo una persona tra i maschi qual è la probabilità che abbia tra i 20 e i 29 anni?

PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

---

**RICHIESTA 8**

Si consideri il rombo ABCD.



- 8.1** Determinare l'area del rombo nel caso in cui  
 $|AD| = 10,5 \text{ (cm)}$  e  $|BD| = \frac{3}{4}|AC|$ .

**PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE**

---

*Tempo a disposizione: 150 minuti*

**RICHIESTA 1**

1.1 Risolvere in  $\mathbf{R}$  il sistema di disequazioni 
$$\begin{cases} x+5 < 5 \cdot (x+3) \\ 4x - \frac{1}{2} \geq 5x - 1 \end{cases}$$

1.2 Semplificare l'espressione 
$$\left(1 + \frac{1}{b}\right) \cdot \left(\frac{1}{1-b} + \frac{b}{b-1} - \frac{b^2}{b^2-1}\right)$$

1.3 Risolvere in  $\mathbf{R}$  la disequazione 
$$\frac{x+1}{-3^2} < 0$$

**RICHIESTA 2**

Evidenziare tutte le espressioni equivalenti a quella data. Sono possibili più risposte.

2.1  $1 - (1 - \sqrt{7})^2$

7	$\frac{14}{\sqrt{7}} - 7$	$-(7 + 2\sqrt{7})$	$\sqrt{7} \cdot (2 - \sqrt{7})$
---	---------------------------	--------------------	---------------------------------

2.2  $\frac{y^{-2} + y^{-1}}{y^{-3}}$

$\frac{y^3}{y+y^2}$	$y^2 + y$	1	$y \cdot (y+1)$
---------------------	-----------	---	-----------------



PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

---

**RICHIESTA 3**

3.1 Risolvere il sistema di equazioni 
$$\begin{cases} 10x - 5 = y \\ 9x = y + 3 \end{cases}$$

3.2 Su un vecchio libro di matematica si trova il seguente problema:

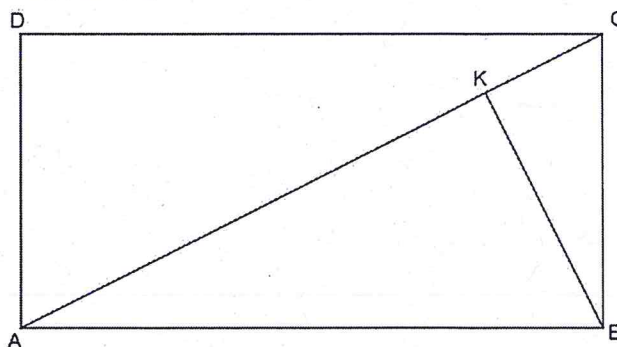
*I partecipanti a una conferenza possono sedersi su panche disposte su diverse file.  
Se si siedono 10 persone per panca, rimangono 5 posti vuoti.  
Se invece si siedono 9 persone per panca, 3 persone rimangono senza posto.  
Determinare il numero delle persone e delle panche.*

Sara ritiene che il sistema di equazioni dato in 3.1 risolve il problema.  
È vero? Motivare la risposta.

**RICHIESTA 4**

Con riferimento alla figura, nella quale il punto K si trova sulla diagonale del rettangolo ABCD, si consideri il caso in cui:

- $BK \perp AC$
- $|CK| = 2,7$  (cm)
- $|BC| = 4,5$  (cm)



- 4.1 Giustificare che i triangoli BKC e AKB sono simili.
- 4.2 Determinare l'area del rettangolo ABCD.
- 4.3 È vero che l'area del triangolo BKC è il 20% dell'area del rettangolo ABCD?  
Giustificare la risposta.

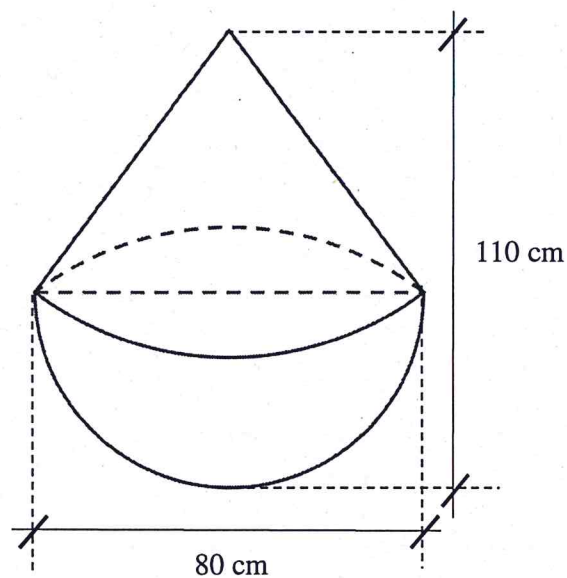
PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

---

**RICHIESTA 5**

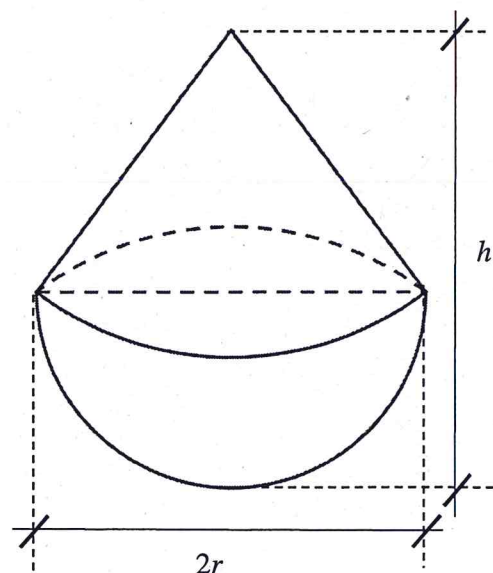
- 5.1 Una boa di ancoraggio per le barche ha la forma di una semisfera alla quale è sovrapposto un cono circolare retto (vedi rappresentazione nella quale sono indicate le misure reali).

Determinare il volume della boa.



- 5.2 Si consideri ora una boa dello stesso tipo della precedente.

Verificare che il volume della boa è dato dalla formula  $V = \frac{1}{3}r^2\pi \cdot (r+h)$

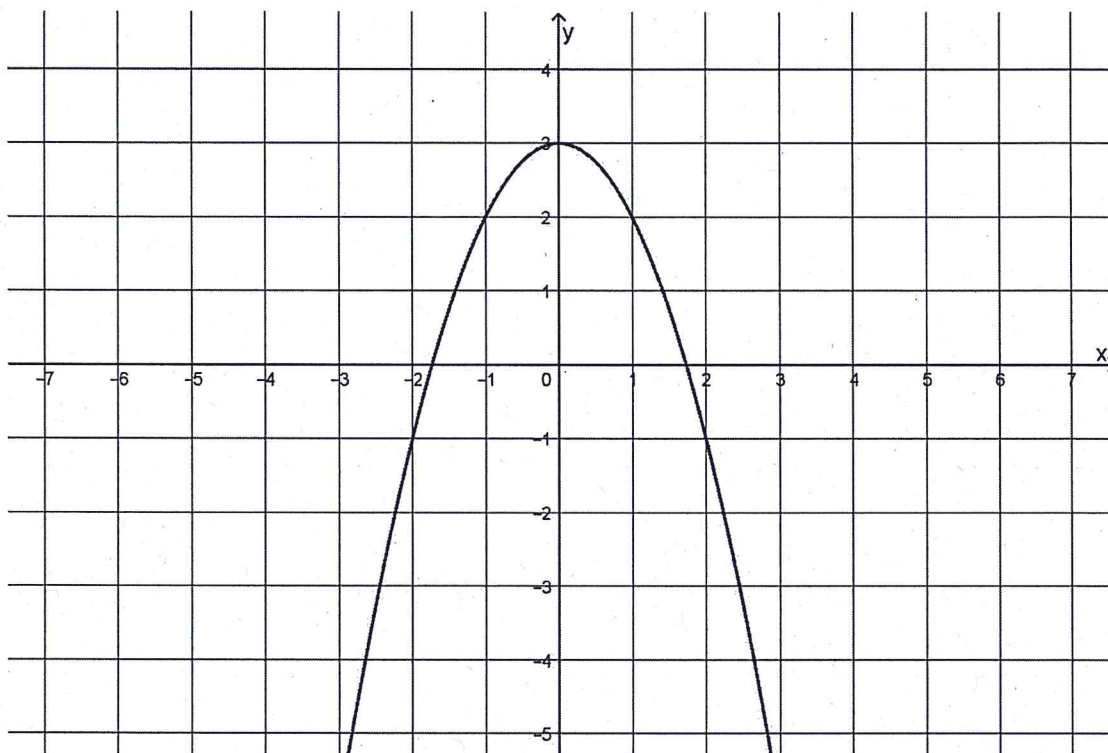


**PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE**

---

**RICHIESTA 6**

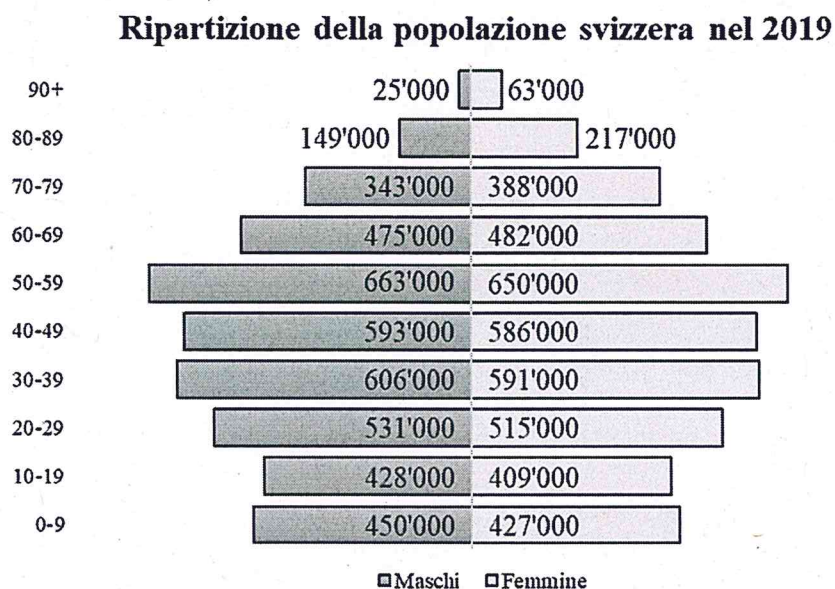
Di seguito, rispetto al sistema di riferimento cartesiano  $Oxy$ , è rappresentato il grafico della funzione reale  $f : x \mapsto y = -x^2 + 3$



- 6.1 Rappresentare rispetto allo stesso riferimento cartesiano la funzione affine  $g$  tale che  $g(0) = 0$  e  $g(-4) = -2$ .
- 6.2 Determinare la forma algebrica della funzione  $g$ .
- 6.3 Verificare, con opportuni calcoli, che il punto  $A(-2; -1)$  appartiene sia al grafico di  $f$  sia a quello di  $g$ .
- 6.4 Leggere dal grafico un'approssimazione delle coordinate dell'altro punto di intersezione dei grafici delle due funzioni.
- 6.5 Determinare per quali valori di  $k \in \mathbf{R}$  si ha  $f(k) = -13$ .

**PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE**

**RICHIESTA 7** Il diagramma seguente descrive la ripartizione, per sesso e per fascia di età, della popolazione svizzera nel 2019:



La tabella seguente riporta i dati complessivi:

Maschi	Femmine	Totale
4'263'000	4'328'000	8'591'000

- 7.1 Nel 2019 le femmine svizzere di età inferiore a 10 anni erano 427'000. Rispetto alla popolazione svizzera totale che percentuale rappresentano?
- 7.2 Quanti sono i maschi che hanno almeno 70 anni?
- 7.3 Quante sono le persone di età compresa tra i 30 e i 49 anni?
- 7.4 Scegliendo a caso una persona qual è la probabilità che sia un maschio di età compresa tra i 40 e i 49 anni?
- 7.5 Scegliendo una persona tra le femmine qual è la probabilità che abbia tra i 20 e i 29 anni?

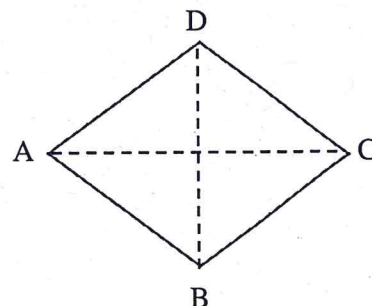


**PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE**

---

**RICHIESTA 8**

Si consideri il rombo ABCD.



- 8.1 Determinare l'area del rombo nel caso in cui  
 $|AD| = 19,5 \text{ (cm)}$  e  $|BD| = \frac{5}{12}|AC|$ .

RISULTATI E INDICAZIONI PER LA VALUTAZIONE

Item		Punteggi	Indicazioni	Risultati	
				FILA 1	FILA 2
RICHIESTA 1	1.1	3	1 per risoluzione prima disequazione 1 risoluzione 2. disequazione 1 punto per intervallo	$\left[-\frac{6}{5}; \frac{1}{2}\right]$	$\left]-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right]$
	1.2	4	-1 per ogni errore	$\frac{1}{a(1-a)}$	$\frac{1}{b(1-b)}$
	1.3	2	2 punto per la soluzione corretta	$]-1; +\infty[$	$]-1; +\infty[$
RICHIESTA 2	2.1	2	-1 per ogni errore	1° e 3°	2° e 4°
	2.2	2	-1 per ogni errore	3° e 4°	2° e 4°
RICHIESTA 3	3.1	3	2 per la prima incognita 1 per la seconda incognita	$x=15; y=2$	$x=2; y=15$
	3.2	3	3 per la motivazione corretta (sostituzione valori trovati in 3.1 o impostazione corretta del sistema; conclusione) 2 punti se errori di calcolo o nessuna conclusione	NO	NO
RICHIESTA 4	4.1	2	2 per giustificazione corretta (con angoli congruenti)		
	4.2	4	-1 per ogni errore	27 cm <sup>2</sup>	27 cm <sup>2</sup>
	4.3	2	2 punti per giustificazione corretta (coerente con i dati trovati in 4.2)	NO	NO
RICHIESTA 5	5.1	4	1 punto per altezza 1 per volume cono 1 per volume semisfera 1 per volume boa	30'000 π cm <sup>3</sup> o approssimazione	80'000 π cm <sup>3</sup> o approssimazione
	5.2	3	1 punto per impostazione volume 2 punto per la semplificazione (-1 per ogni errore)		
RICHIESTA 6	6.1	1	1 punto per la risposta corretta		
	6.2	1	1 punto per la risposta corretta	$g(x) = -\frac{1}{2}x$	$g(x) = \frac{1}{2}x$
	6.3	2	1 punto per f 1 punto per g		
	6.4	1	1 punto per la risposta corretta	(-1,5; 0,75) tolleranza: ± 0,15	(1,5; 0,75) tolleranza: ± 0,15
	6.5	3	1 punto per impostazione equazione 2 punti per la risoluzione (-1 per errore)	± 3	± 4
RICHIESTA 7	7.1	2	1 punto per rapporto 1 punto per percentuale	ca. 5,24%	ca. 4,97%
	7.2	1	1 per risposta corretta	668'000	517'000
	7.3	1	1 per risposta corretta	2'492'000	2'376'000
	7.4	2	2 per risposta corretta	ca. 6,88% o forme equivalenti	ca. 6,90% o forme equivalenti
	7.5	2	2 per risposta corretta	ca. 12,46% o forme equivalenti	ca. 11,90% o forme equivalenti
RICHIESTA 8	8.1	4	-1 per ogni errore	105,84 cm <sup>2</sup>	270 cm <sup>2</sup>
TOTALE		54			