

Matematica essenziale: riprendiamo il discorso

Ho potuto constatare con una certa soddisfazione che il mio articolo «Matematica essenziale», apparso sul numero 76 di questa rivista, è stato letto da molta gente: segno che l'insegnamento della matematica appassiona ancora (o preoccupa?) le schiere dei nostri lettori.

Purtroppo la concezione pedagogica che sta dietro l'etichetta è ben più complessa di un semplice aggiustamento dei contenuti programmatici — come qualcuno ha creduto di capire — e difficilmente chiaribile con uno scritto destinato anche a un pubblico non specialista.

Con i docenti del settore medio del Sottoceneri, coi quali lavoro ormai da dieci anni, ho potuto precisare meglio il mio pensiero ed ho anche constatato una grande adesione a

elaborare, e contenuti «moderni», che devono dare soprattutto all'allievo un metodo di lavoro e di pensiero e strumenti semplici per capire i concetti fondamentali.

A questo proposito, da molte parti mi è giunta la domanda: «chi decide se un contenuto è essenziale?»

Per me la risposta è chiara: i docenti in collaborazione con gli esperti, tenendo conto — ma non seguendo ciecamente — dei bisogni delle scuole superiori e professionali, del coordinamento intercantonale, di ciò che si fa all'estero, delle necessità e degli interessi degli allievi.

Questo lavoro lo si sta facendo per la scuola media e sfocia necessariamente in una prima fissazione degli obiettivi specifici. Ma non vorrei che si credesse che l'etichetta «essenziale», una volta conquistata, risulti intoccabile: di anno in anno si dovrà controllare la validità delle scelte operate e si potranno apportare modifiche più o meno consistenti a seconda delle necessità: mi sembra con ciò di non dire niente di nuovo, ma di riaffermare il concetto di dinamicità del programma, che ho sempre rispettato in questi anni di attività.

Sempre in tema di contenuti, voglio fare qualche esempio, pensando soprattutto ai docenti che operano nella scuola media.

La costruzione di Z e di Q col metodo delle coppie non rientra nella concezione «essenziale», del resto è già stata abbandonata da parecchio tempo, anche se si può trovare ancora qualche esempio nel ginnasio. Essenziali sono invece i concetti di numero intero come classe di differenze equivalenti e di numero razionale come classe di rapporti (o frazioni) equivalenti.

Ne segue subito come corollario che essenziale è il concetto di relazione di equivalenza e di classe di equivalenza.

Per quanto riguarda la tanto criticata pratica degli insiemi (si parla molto goffamente di «insiemistica») possiamo riconoscere in essa un carattere essenziale come linguaggio rigoroso. Ne deriva che, almeno nel primo biennio di scuola media, concetti come l'unione, l'intersezione e il prodotto cartesiano sono essenziali, ma visti come *insiemi*, non come operazioni nell'insieme delle parti.

Il concetto di operazione è essenziale, ma almeno nel primo biennio, esso deve essere strettamente legato al campo numerico e le proprietà delle operazioni devono essere la trama essenziale per tessere il calcolo, sia numerico, sia letterale.

La pratica troppo precoce delle operazioni in insiemi non numerici, quali ad esempio l'insieme delle parti o insiemi di applicazioni può risultare controproducente perché può confondere le idee su concetti così importanti come questi. Non possiamo quindi, almeno alla luce delle esperienze fatte finora, promuoverla ad argomento essenziale del primo biennio di scuola media. Si vedrà poi come sarà la situazione nel secondo biennio della seconda tappa di estensione della scuola media.

Ma non vorrei passare per un nemico degli argomenti «moderni»: tutt'altro. Prendia-

mo l'esempio dei concetti di massimo comune divisore e di minimo comune multiplo in N^* : ecco due concetti che non mi sento di definire essenziali. Il primo perché non ha nessuna utilità pratica, che io sappia. Il secondo perché non lo considero necessario nemmeno per eseguire un'addizione di frazioni con denominatori diversi. Mi spiego con un esempio: ammettiamo di dover eseguire un'addizione di quattro frazioni aventi rispettivamente i denominatori 5, 10, 3, 4. Procedo così: prendo il denominatore maggiore, che è 10. Osservo che è già multiplo di 5. Resta da lavorare con il 3 e con il 4. Prendo il multiplo successivo di 10: è 20. Esso risulta anche multiplo di 4. Rimane ancora il 3. Siccome 3 è numero primo, non mi resta altro che prendere $20 : 3 = 60$. Ecco trovato il minimo comune multiplo.

Mi si dirà che è laborioso: comunque non di più del metodo classico che consiste nell'operare la scomposizione in fattori primi dei quattro numeri e poi prendere «tutti i fattori comuni e non comuni col massimo esponente». Il metodo essenziale in questo caso si allinea su una ricerca del numero, piuttosto che su un calcolo secondo regole memorizzate.

Per quel che concerne la geometria, inoltre, posso dire che essenziale è il metodo delle trasformazioni, e che rientrano negli obiettivi essenziali la conoscenza di figure piane e solide, sia dal punto di vista strutturale, sia da quello metrico. Ma essenziale è, nella scuola dell'obbligo, una pratica prevalentemente intuitiva della geometria, scevra da qualsiasi speculazione teorica, sia essa di tipo assiomatico o algebrico. Ciò non significa il ripudio del concetto di assioma, di deduzione logica da un sistema di assiomi e nemmeno rinuncia di qualsiasi supporto algebrico nella ricerca geometrica, bensì mettere davanti ad ogni considerazione il carattere intuitivo. Così, almeno nel primo biennio di scuola media, le trasformazioni geometriche operano su figure e non sul piano (nella comprensione dell'allievo); la traslazione e la rotazione sono quei particolari movimenti che io posso simulare muovendo un quaderno sul tavolo, e non la composizione di due simmetrie assiali, né le isometrie pari diverse dall'identità.



Ugo Zaccheo — «Autoritratto»

queste idee, che — e qui mi ripeto — non sono frutto della mia fantasia, ma si sono concretizzate in questi ultimi anni di attività pedagogica.

Eccomi allora a riprendere il discorso in questa sede, con l'intento di chiarire ulteriormente la questione e di fornire anche qualche esempio.

Il primo concetto che voglio riprendere è quello più generale di «matematica essenziale». L'essenza di questa concezione sta nella ricerca di un equilibrio nell'attività didattica e tocca tutti gli aspetti dell'insegnamento, dai contenuti ai metodi didattici, ai sistemi di valutazione, ai mezzi didattici. Ricercare un equilibrio — è la natura che ce lo insegna — significa **semplificare e ridistribuire armonicamente le masse**.

Nella scelta dei contenuti, l'equilibrio deve ricercarsi soprattutto fra l'apprendimento di nozioni e di tecniche da una parte, la conquista di concetti e metodi dall'altra; ma anche fra contenuti «tradizionali», che devono costituire ancora — almeno nel settore obbligatorio — buona parte della materia da



Ugo Zaccheo — «Lo scultore Remo Rossi», disegno acquarellato

Ma nella concezione essenziale si deve anche comprendere l'uso corretto e intelligente degli strumenti che si hanno a disposizione.

Io non ho mai capito perché si insegnava (spero che non lo si faccia più) la costruzione con riga e compasso del pentagono regolare, quando è così bello impiegare il goniometro per costruire l'angolo al centro di 72° , che è appunto quello corrispondente a un quinto di angolo giro e quindi al lato del pentagono regolare.

Altro esempio: molti insegnano ancora quel complicatissimo procedimento di estrazione della radice quadrata, quando esistono fior di tavole numeriche ed ora fior di calcolatrici che permettono di avere più comodamente la radice di numeri anche abbastanza complicati. E non mi si venga a parlare di schiavitù dei mezzi, perché allora oggi, per coerenza, non si potrebbe più vivere. Piuttosto nella concezione essenziale rientra l'educazione all'uso corretto dei mezzi di calcolo, il che implica una buona capacità di stimare l'ordine di grandezza dei risultati, quindi una rivalutazione del calcolo mentale e della conoscenza dei meccanismi del calcolo numerico.

Da ultimo vorrei ancora citare un esempio che mi sta a cuore, anche se rientra solo parzialmente nell'insegnamento della matematica: quello della pratica del sistema metrico decimale. A tale proposito ricordo ai docenti che dal primo gennaio 1978 è entrata in vigore la Legge Federale sulla metrologia, che nella sua Ordinanza sulle unità (del 23 novembre 1977) stabilisce le unità legali, i loro multipli e sottomultipli. In essa non esistono più, ad esempio i miriagrammi né i miriametri, che purtroppo si continua a vedere su qualche quaderno di quinta elementare. Inoltre lo spirito di questa ordinanza è tale per cui nessuno sarà chiamato a trasformare mm 3,5 in km. È invece importante avere una sicura conoscenza delle relazioni più usate fra le varie misure, con particolare accenno al legame fra le due unità di misura del volume: il metro cubo e il litro (un millesimo di metro cubo). Può essere interessante per un docente dare uno sguardo alla nuova definizione dei multipli e dei sottomultipli delle unità, che non voglio riportare in questa sede.

Essenziale quindi è anche rimanere aggiornati e fedeli alla pratica quotidiana di quelle attività umane, che prima di essere dominio della scuola, fanno parte della vita extrascolastica. Anche queste piccole cose contribuiscono ad evitare l'isolamento della scuola nei confronti del mondo esterno. Per quel che riguarda i contenuti, mi fermo qui.

Nella scelta dei metodi didattici, l'equilibrio si impone fra raggiungimento costruttivo dei concetti da una parte, e apprendimento di contenuti già confezionati dall'altra. Quindi: ben venga la pratica della ricerca a scuola, ma l'allievo deve anche poter imparare in altro modo (in una lezione frontale o dialogata, seguendo una procedura di apprendimento individualizzato, studiando su un testo, ecc.).

Sui sistemi di valutazione si litiga molto di questi tempi. Stiamo infatti passando in breve tempo da un sistema tradizionale di valutazione, che — non lo nascondo — accentua la selezione degli allievi esasperando le differenze di partenza, ad una interpretazione diagnostica della valutazione, secon-

do la quale, appunto, lo scopo principale della valutazione è quello di dettare le fasi successive del processo di apprendimento in modo che tutti gli allievi raggiungano gli obiettivi di base previsti.

Nella concezione «essenziale» è fondamentale la pratica di questo tipo di valutazione (valutazione **formativa**) quando il processo di apprendimento tocca gli obiettivi di base, cioè quelli che possono essere raggiunti dalla quasi totalità degli allievi (gli specialisti del mastery learning parlano dell'ottanta per cento e anche le nostre esperienze ci confermano più o meno questa proporzione). Sia ben chiaro che gli obiettivi di base non costituiscono la totalità degli obiettivi del nostro insegnamento: essi sono completati da obiettivi più ampi (che noi indichiamo con un asterisco), che servono a stimolare gli allievi verso traguardi più consistenti. In questo modo non si toglie all'insegnamento il suo carattere formativo, né si

vari obiettivi, in una situazione finale, dove i vari concetti dell'unità si intrecciano fra di loro.

Anche se meno affascinante dei punti precedenti, non meno importante è il discorso sull'uso — e sull'abuso — dei mezzi didattici.

Ed anche qui si deve ricercare un nuovo equilibrio. Negli ultimi anni si è fatto troppo uso delle schede. Molti docenti hanno addirittura impostato l'insegnamento esclusivamente sull'uso di schede. Ora, questa aberrazione porta a due gravi inconvenienti: primo, l'allievo difficilmente riesce a cogliere il filo logico che, a volte in maniera molto nascosta, lega fra di loro le varie schede, impedendogli di rendersi conto del perché sta lavorando su quel determinato argomento. Secondo punto negativo, l'allievo spesso con questo sistema viene viziato in modo eccessivo: non deve quasi più scrivere (al massimo completa un testo), non deve



Ugo Zaccheo — «Casa di ferro»

cade nell'errore di enunciare obiettivi minimi, che sarebbero veramente nefasti per l'insegnamento, proprio perché creerebbero veramente quello spauracchio che va sotto il nome di «livellamento verso il basso». Io sono convinto che tutti gli allievi — e non solo i migliori — traggano profitto dalla pratica degli obiettivi più consistenti, anche se alla fine non si vede molto ciò che è rimasto, non si traducono cioè nella conquista di sicure competenze (come invece deve succedere con quelli di base). Il profitto lo si ha essenzialmente sul piano formativo e i frutti si potranno verificare a più lunga scadenza.

Ma la pratica della valutazione formativa non deve essere l'unica in questo ambito. È anche importante eseguire, ad esempio alla fine del lavoro su un'unità didattica, prove di valutazione **sommativa**, che diano a tutti gli allievi il grado di raggiungimento dei

quasi più disegnare (la scheda porta già tutto), non deve più organizzare un lavoro di redazione.

Pur riconoscendo un valore all'uso di schede, mi sembra di poter dire che questa tecnica va usata in giusto equilibrio con le altre, per esempio con la lettura e lo studio di un testo di teoria, con la consultazione di articoli e riviste, con la redazione di un quaderno di note, dove si fa il punto sull'essenziale di ciò che si è visto, con l'esecuzione di disegni e la costruzione di modellini (per esempio di solidi geometrici), ecc.

Per ora chiudo qui questo mio secondo intervento, senza la pretesa di essere stato chiarissimo, ma con la speranza di aver dato un nuovo contributo per la continuazione del discorso sull'insegnamento della matematica, che mi auguro sia sempre schietto e costruttivo come lo è stato finora.

Gianfranco Arrigo