

## Matematica 2000 (Bellinzona, agosto-ottobre 2000)

### Introduzione

L'UNESCO ha decretato il Duemila «anno della matematica». In tutto il mondo si celebra questo evento importante e le grandi metropoli si contendono i più noti specialisti, cercando di inserire nei cartelloni delle manifestazioni i nomi più illustri.

Anche il Ticino, nel suo piccolo, partecipa alla rassegna mondiale. – Perché –, dirà qualcuno, – in un fazzoletto di terra, con una popolazione che per numerosità è paragonabile a quella di un solo rione di Milano, è nata l'idea di partecipare come voce solista a questo concerto di gala? –. Per l'uomo della strada, per il genitore che forse ricorda in modo tutt'altro che simpatico la propria esperienza scolastica con la matematica, o che ne sta vivendo un'analoga attraverso i figli, l'interrogativo può essere pertinente. Per contro chi ha dedicato una vita all'insegnamento della ma-

tematica sente la necessità di rendere omaggio a tutto ciò che di buono è stato fatto nel nostro cantone, negli ultimi decenni, nel campo della didattica della matematica. La manifestazione «Matematica 2000» – organizzata con il sostegno della Banca dello Stato del Cantone Ticino e dell'Assicurazione La Mobiliare – è improntata a questa specialità. Negli ultimi anni la didattica della matematica ha conosciuto un grande sviluppo nel campo della ricerca, che l'ha portata a proporsi come una branca della matematica universitaria al pari delle altre (algebra, geometria, analisi, probabilità, ecc.).

Nel campo della didattica, in modo particolare, il Ticino è sempre stato, nella Confederazione, tra i cantoni emergenti, vivi, propositivi. Dalla scuola dell'infanzia in su si è sempre cercato di studiare e approfondire l'aspetto didattico, con lo sguardo ri-

volto alla qualità della preparazione dei giovani ticinesi, i quali, già in passato, quando si recavano oltre Gottardo per intraprendere studi scientifici dovevano mostrarsi più preparati degli altri, per riuscire a trasformare la diffidenza iniziale dei professori in convinzione di avere davanti giovani capaci e all'altezza del compito.

Questo succedeva all'epoca in cui al Liceo cantonale di Lugano – che allora era l'unico liceo ticinese – insegnava Ambrogio Longhi, una brillante figura di matematico e di insegnante che gli ex-allievi ricordano con la devozione che merita ogni docente che lascia una traccia tangibile nella formazione culturale dei propri allievi. La stessa cosa si può dire di Angelo Boffa, docente di matematica alla Scuola Magistrale di Locarno, che seppe infondere in molti allievi la passione per l'insegnamento della matematica.

Dopo questo periodo d'oro, dalla fine degli anni Sessanta in poi, l'insegnamento in generale, e quello della matematica in particolare, ha subito grandi scosse riformatrici: dalla «matematica moderna» si è passati in pochi anni alla «matematica essenziale». La prima nasceva nell'area francofona e in seguito si propagava in tutto il mondo; il suo messaggio forte invitava ad aggiornare i contenuti dell'insegnamento scolastico, con lo scopo di ridurre il più possibile il profondo divario culturale che si era formato tra la matematica universitaria e quella scolastica. La seconda si rifaceva soprattutto al pragmatismo anglosassone e, in palese contraddizione con la prima, raccomandava un insegnamento più vicino alla realtà della vita quotidiana, libero dal pesante giogo della logica della disciplina. Qualcuno ebbe l'impressione che tutto ciò che la «matematica moderna» aveva introdotto e costruito, la «matematica essenziale» aveva distrutto e si era così ritornati, nel giro di un decennio, alla situazione degli anni Cinquanta. In realtà non fu così, perché le due riforme lasciarono ciascuna il proprio segno: scomparve solo la parte superficiale, la facciata; le grandi idee, per fortuna, rimasero.

In questo contesto si è sviluppata la moderna didattica della matematica che ha portato sul tavolo della riflessione le componenti pedagogica e didattica. In sostanza, si è passati dal sistema matematico-centrico a quello allievo-centrico. Cioè, invece di continuare a raffinare gli strumenti dell'insegnamento si è cercato di indagare il processo di apprendimento,



scoprendo che non sempre tra i due esiste una naturale continuità. Si è così arrivati, ai nostri giorni, alla constatazione e alla convinzione teorica che nella scuola di oggi non basta curare la qualità dell'insegnamento, intesa come trasposizione del sapere (la matematica ufficiale) in sapere insegnato (la matematica proposta in classe), ma occorre anche e soprattutto indagare il delicato e in parte misterioso processo di apprendimento. Il che significa cercare di scoprire quello che succede nella mente dell'allievo che sta imparando. Il compito, come si può capire, non è dei più facili, ma è indubbiamente stimolante.

Negli ultimi anni, nel mondo intero, si è identificata una nuova figura di ricercatore: il didatta della matematica. Nei primi tempi il ruolo è stato occupato per lo più da pedagogisti e da psicologi; poi a poco a poco si sono fatti avanti i matematici (Guy Brousseau in Francia, Bruno D'Amore in Italia, tanto per citare due esempi conosciuti in Ticino). È infatti evidente che la disciplina «didattica della matematica» non può essere lasciata in mano a specialisti non matematici, perché l'epistemologia di questa materia non può essere conosciuta in modo consistente se non da un matematico. D'altra parte occorre anche affermare che la sola conoscenza della matematica non permette di essere un didatta: occorre che il matematico interessato al problema dell'insegnamento si chini sugli aspetti pedagogici e psicologici attinenti all'apprendimento disciplinare.

L'ideale sarebbe lavorare in piccoli gruppi formati da matematici, pedagogisti e insegnanti. Questi ultimi sono una componente importante della ricerca didattica, perché senza la loro esperienza, senza il loro contributo di prim'attore nella scuola, non è possibile operare una ricerca credibile.

Uno degli obiettivi principali della manifestazione «Matematica 2000» è di avvicinare insegnanti e ricercatori, per favorirne la reciproca conoscenza e abbattere così taluni pregiudizi che a volte, qua e là, fanno capolino negli ambienti scolastici.

I ricercatori hanno modo di presentare alcuni aspetti del loro lavoro durante il convegno di agosto (che si svolge nei giorni 28 e 29) e nella conferenza di chiusura (il 27 ottobre). Gli insegnanti presentano alcune testimonianze del lavoro fatto nelle classi della scuola dell'infanzia, elementare, media e superiore, nella Mostra didattica allesti-

ta nella sala di Castelgrande e negli spazi messi a disposizione all'Istituto cantonale di economia e commercio. L'esposizione rimane aperta dal 5 settembre al 7 ottobre.

La Mostra risponde inoltre a un secondo obiettivo della manifestazione: quello di comunicare a tutti (allievi, docenti, quadri scolastici, genitori, e altri interessati) come la matematica possa anche essere vissuta con piacere e dare grandi soddisfazioni a chiunque abbia la possibilità di avvicinarla in modo corretto. Far vivere la matematica significa educare la mente del giovane a pensare in modo razionale, a porsi domande e a cercare di rispondere senza conoscere la soluzione fornita dalla matematica ufficiale; significa sviluppare nell'allievo le capacità di analizzare, di sintetizzare/schematizzare, di tentare soluzioni, di formulare ipotesi, di verificare, di intuire, di creare le proprie immagini mentali e i modelli dei vari concetti, fino a giungere alla teorizzazione, alle tecniche e ai teoremi, situati però alla fine di un percorso euristico e perciò fondati su un contesto che dà loro senso e sostanza.

Vivere la matematica è anche praticarla con piacere, con desiderio di conoscere sempre di più, di acquisire nuove competenze; è sviluppare armoniosamente le proprie capacità; è provare piacere per la ricerca; è prepararsi ad affrontare la complessa realtà del mondo d'oggi.

La Mostra didattica testimonia momenti di matematica vissuta da classi ticinesi e italiane, della fascia di confine che va da Verbania a Como fino a Milano. Si potrà così osservare, tra l'altro, che la matematica vissuta bene in classe non conosce frontiere e si adatta benissimo a qualsiasi ordinamento scolastico.

#### **Convegno di didattica della matematica**

Si svolge nell'aula magna dell'Istituto cantonale di economia e commercio nei giorni 28 e 29 agosto. È dedicato agli insegnanti di matematica di ogni ordine scolastico, ai docenti del servizio di sostegno pedagogico e ai quadri scolastici.

Nel primo giorno si assiste a una passerella di cinque ricercatori di fama internazionale, che presentano ciascuno un aspetto particolare della didattica. Sono prese in considerazione importanti problematiche ben note ai docenti. Ogni tema viene trattato sulla base di esemplificazioni e accompagnato

da riflessioni teoriche che dovrebbero poter dare nuovo impulso all'attività didattica degli insegnanti.

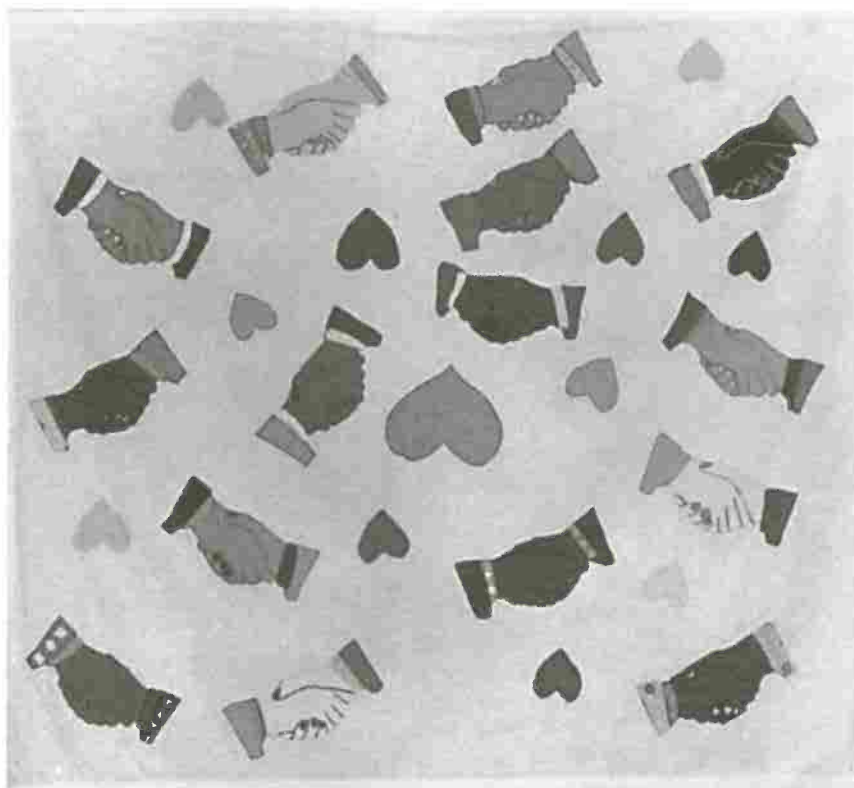
Il mattino del secondo giorno è dedicato alla visita accompagnata della Mostra, mentre nel pomeriggio i cinque relatori partecipano a una tavola rotonda che ha lo scopo di dare seguito al discorso del giorno precedente, concedendo parimenti la possibilità ai presenti di intervenire nel dibattito.

Aprè il convegno il francese Raymond Duval che cerca di rispondere all'interrogativo «Costruire, vedere e ragionare in geometria: quali relazioni?». Dal punto di vista matematico la domanda può apparire oziosa, perché si ha la tendenza a considerare isomorfe queste differenti attività. Per contro, Duval sostiene che, se ci si pone sul piano cognitivo, si scopre, già nella pratica della geometria più conosciuta, un'attività molto complessa concernente il modo di vedere le figure e di formulare e utilizzare enunciati. Il passaggio dall'espressione spontanea al tipo di funzionamento discorsivo richiesto dai ragionamenti in geometria costituisce un salto decisivo, che l'insegnante deve conoscere per poter aiutare i propri allievi a effettuarlo.

Segue la relazione del greco Athanasios Gagatsis che parla del ruolo assunto dalle rappresentazioni semiotiche nell'apprendimento della matematica. In particolare, appoggiandosi sull'esempio della retta dei numeri Gagatsis stimola la riflessione sul difficile passaggio dal discreto al continuo, che gli allievi normalmente sono chiamati a compiere già nella scuola obbligatoria.

Il tedesco Hermann Maier presenta i risultati delle sue ricerche sulla produzione di testi da parte degli allievi in matematica. Maier ha sempre dato molta importanza a questa attività, svolta durante la lezione di matematica, e al linguaggio usato, molto particolare e significativo.

La francese Colette Laborde, una delle creatrici del famoso software Cabri-géomètre, si sofferma sui cambiamenti che l'impiego in classe di quest'ultimo induce nel modo di insegnare e in quello di imparare la geometria. La Laborde sottolinea il cambiamento dei rapporti, che lo studente intrattiene con le figure geometriche, indotto dagli ambienti di geometria dinamica (Cabri-géomètre è appunto uno di questi). La relazione si fonda su un impiego pluriennale dell'applicativo e il settore scolastico mirato è quello delle ultime classi



della scuola elementare e delle prime della scuola media.

Chiude la rassegna Bruno D'Amore che si sofferma sul significato dell'apprendimento di un concetto matematico. D'Amore ci fa riflettere sul fatto che, in matematica, i concetti fanno riferimento ad «oggetti» che, nella realtà (intesa in senso ingenuo, percettibile) non esistono, non possono essere «mostrati»: ciò costringe chiunque parli di matematica ad alludere agli «oggetti» matematici come si allude ad entità astratte, non presenti ai sensi, non indicabili, non ostensive. L'unica maniera di «catturare» un concetto matematico è quella di «descriverlo» semioticamente, ma ogni descrizione è parziale, non completa. Ciò comporta che ogni «oggetto» matematico, per la sua stessa chiarificazione, abbia bisogno di più registri semiotici, il che, sostiene D'Amore, apre un fronte didattico di grandissima rilevanza.

#### Mostra didattica

A chi non fa piacere una passeggiata ai castelli di Bellinzona? Dal 5 settembre al 7 ottobre vi si potrà unire l'utile costituito da una visita alla Mostra didattica allestita nella sala di Castelgrande e negli spazi dell'Istituto cantonale di economia e commercio, collegato col castello da un suggestivo camminamento lungo la mu-

rata. La Mostra propone una serie di stand che si possono suddividere in due tipi: quelli prodotti dagli allievi, che testimoniano alcuni momenti del loro apprendimento, e quelli che presentano oggetti di interesse storico, come la mostra di libri antichi di matematica e quella di strumenti per calcolare.

Fra le proposte del primo tipo troviamo: «La matematica prima della matematica», di M.L. Delcò, Ufficio dell'educazione prescolastica, Bellinzona; – «Giocando a geometria con il pop-up», di R. Udriot, Scuola dell'infanzia, Sonvico;

– «Forma su forma per giocare e ragionare», di C. Siegenthaler, Scuola elementare, Lugano Besso;

– «Progetto Ares», di M. Gerber, Scuola media, Breganzona;

– «Matematica e...», di L. Maurizi e T. Minazzi, Scuola elementare, Verbania, Italia;

– «L'immagine pensata... adesso è! Immaginare, progettare, realizzare, descrivere forme nello spazio», di G. Veneroso, Circolo didattico, Como, Italia;

– «Riflessioni», di D. Folcio, Scuola media Rinascente A. Livi, Milano, Italia;

– «Leonhard Euler: un matematico umile e saggio», di F. Di Venti, Laboratorio di didattica della matematica, Bellinzona;

– «Icosaedri e Flatlandia», di Gianni Valli, Liceo artistico CSIA, Lugano.

– «Il sito web del liceo», di R. Tartini, Liceo cantonale, Bellinzona;

– «Matematica e...», di Giuseppina Botta e Paola Osele, Scuola media, Verbania, Italia;

– «Matematica e...», di Nicoletta Sala, Scuola superiore, Verbania, Italia;

– «Le difficoltà di apprendimento della matematica. Proposte di trattamento», di Leoni e Medolago.

Le proposte del secondo tipo comprendono:

– «Manuali di matematica dal XVI al XIX secolo», a cura di Giorgio T. Bagni, Ateneo di Treviso, Italia;

– «Strumenti di calcolo aritmetico ingenui... ma ingegnosi», a cura di B. Jannamorelli, Liceo scientifico statale, Sulmona, Italia.

#### Conferenza di chiusura

Venerdì 27 ottobre 2000, alle ore 17.30, nell'Aula magna dell'Istituto cantonale di economia e commercio di Bellinzona, Bruno D'Amore, Giorgio T. Bagni e Gianfranco Arrigo, membri del Nucleo di Ricerca Didattica dell'Università di Bologna, presentano alcuni aspetti dei loro lavori attorno alla comprensione del concetto di infinito in atto, che costituisce da sempre un serio ostacolo epistemologico.

L'idea intuitiva di infinito nasce molto presto nella mente degli allievi della scuola dell'obbligo. Si tratta soprattutto dell'infinito potenziale: il giovane capisce che la successione dei numeri naturali (0, 1, 2, 3,...) può essere continuata fin che si vuole, così come un segmento di retta. Le prime difficoltà sorgono però quando si passa all'infinito in atto. Per un allievo della scuola media o del liceo risulta più difficile capire che vi sono tanti numeri naturali quanti sono i numeri pari e, se si esaspera un po' il concetto, risulta ancor più problematico ammettere che vi sono tanti numeri naturali quanti sono i numeri quadrati o i multipli di 997. Spesso lo studente di liceo esegue correttamente un calcolo di limite, ma non si rende conto del delicato passaggio all'infinito in atto.

Durante la conferenza di chiusura si rifletterà anche sul tipo di aiuto da offrire agli studenti affinché possano superare lo scoglio determinato dal concetto di infinito attuale.

Gianfranco Arrigo