Quali sono le cause?
Quando si parla di suicidio, si vuole conoscere quali sono le cause. Ma non esiste una sola causa. Ogni adolescente ha una sua storia, un suo vissuto e attribuisce un senso personale agli avvenimenti della sua vita. Gli specialisti sottolineano che esistono dei *fattori di rischio*, fra i quali:
- perdere un famigliare o una persona cara per suicidio;
- rottura precoce, non accettata, dei legami famigliari;
- soffrire di disturbi emozionali e depressivi;
- insuccesso scolastico;
- precedenti tentativi di suicidio.

Per concludere vorremmo citare:
- una frase di Alain Braconnier, psichiatra:

«Malgré nos difficultés et nos angoisses d'adultes, nous devons écouter ce que nous enseignent nos enfants. C'est au prix de cette confiance rassérénante qu'ils continueront à rire, et nous avec eux. «On façonne les plantes par la culture et les hommes par l'éducation» écrivait Rousseau. Si on omet de l'arroser et de l'entretenir, le vouloir-vivre s'éteint.»[3];
- una citazione di Françoise Dolto, psicologa:

«Se gli adolescenti fossero incoraggiati a esprimersi dalla società, ciò li sosterrebbe nella loro evoluzione»[4].

Per ulteriori informazioni e per la richiesta dell'opuscolo *«Adolescenti e suicidio»*, si prega di rivolgersi a:
Corsi per maestri/e di tirocinio
a.a. Simona Dignola/Vittorio Silacci
c/o Centro professionale arti e mestieri, via Stefano Franscini 25, 6500 Bellinzona, tel.: 091/820.65.90/91, fax: 091/820.65.99.

Simona Dignola

Note:

1) Ufficio federale di statistica, dati del 1994 pubblicati nel 1997.

2) Françoise Narring, Annemarie Tschumper, Pierre-André Michaud, Francesco Vanetta, Richard Meyer, Hans Wydler, Jean-Claude Vuille, Fred Paccaud, Felix Gutzwiller, *La Salute degli adolescenti in Svizzera, Rapporto di un'inchiesta nazionale sulla salute e sugli stili di vita dei giovani dai 15 ai 24 anni, Istituto universitario di medicina sociale e preventiva, Losanna, 1994.*

3) Alain Braconnier, *Les bleus de l'âme. Angoisses d'enfants, angoisses d'adultes,* Ed. Calmann-Lévy, Paris, 1995, p. 188.

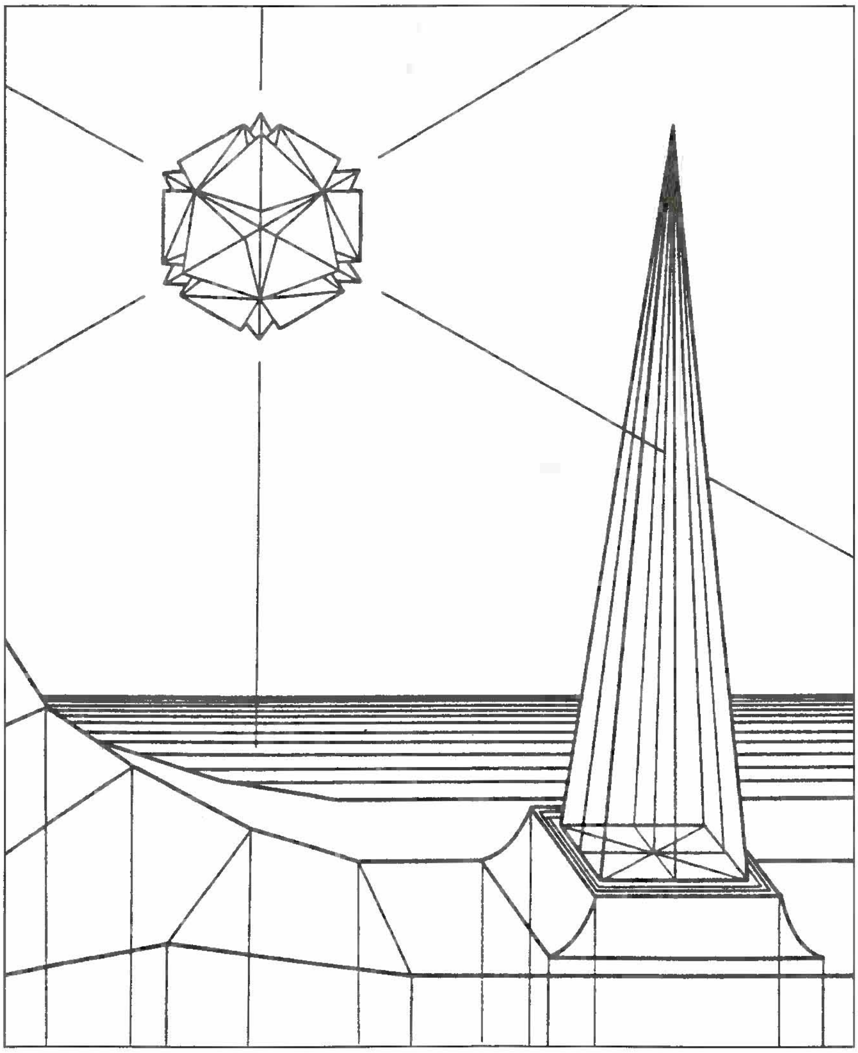
4) Françoise Dolto, *Adolescenza. Esperienze e proposte per un nuovo dialogo con i giovani tra i 10 e i 16 anni,* Ed. Mondadori, Milano, 1995, p. 75.

Il fascino discreto e sofisticato che la Matematica esercita su artisti, studenti ed altri illustri personaggi

In occasione dell'inaugurazione della mostra di progetti didattici per un approccio alla matematica realizzati nelle scuole dell'infanzia del Cantone (novembre 1998), l'Ufficio educazione prescolastica ha invitato il prof. Bruno D'Amore a tenere la conferenza che qui riportiamo.

Il matematico trae *piacere* dal suo pensare in matematica? La cosa non è così scontata [Delessert, 1997]. Non pochi sono gli esempi che la storia ci ha consegnato di tensione, sofferenza, perfino dolore. Fare matematica non è un mestiere: è soprattutto una sfida con sé stessi, o un gioco, o un'azione artistica, o... Non si fa il matematico come si fa un mestiere qualsiasi; ricercare in matematica è arduo e difficile, dunque chi sceglie questa strada la sceglie per amore o perché si rende conto di non poterne fare a meno!
Se si parla del piacere di pensare in matematica, allora mi sembra molto più interessante esemplificare al di fuori del campo dei matematici ed indagare altrove, in settori inattesi; per lo meno in settori che secondo la mentalità comune sono inattesi: si tratta degli esempi che riguardano *l'altra cultura*. Esemplificherò traendo da due mondi diversi: quello degli artisti e quello degli studenti. Più una sorpresa finale.

Prima parte.
Il piacere dell'artista che scopre la matematica.
Alla Biennale di Venezia del 1986, un artista italiano (nato a Trieste, ma residente a Bologna) ebbe un riconoscimento clamoroso: una sala espositiva tutta per lui. Si trattava di Lucio Saffaro.
Lucio, pittore professionista, da anni studioso del Rinascimento italiano, ha cercato nella matematica quel supporto logico, quella base culturale che la sola pittura sembrava non offrirgli a sufficienza. Riprendendo la lezione di Piero della Francesca e di Leonardo da Vinci, ha proseguito gli studi sui poliedri [Saffaro, 1976]; e, così come quei grandi, ha cominciato a teorizzare ed a rappresentare. I suoi disegni si dividono in due classi: quelli matematici veri e propri e quelli (devo dire assai più famosi) che alla matematica o ai suoi personaggi semplicemente alludono.
I suoi studi serrati su particolarissimi poliedri lo hanno portato ben presto a scoperte curiose e stimolanti che ha inviato, sotto forma di articoli, a varie riviste, pubblicandoli (per esempio, si veda: [Saffaro, 1990]). Ogni articolo è arricchito di disegni illustrativi; e non si sa se le riviste accettino i suoi scritti per il loro contenuto matematico, o per queste stupende immagini. Di fatto, il suo mercante si lamenta perché Lucio lavora sempre meno con i pennelli e la lunga lista dei suoi acquirenti non è soddisfatta dei lunghissimi tempi di realizzazione delle opere. Ma Lucio mi confessa che trae oramai molto più piacere dal pensare matematicamente le sue opere, piuttosto che dall'eseguirle in realtà!
Ad un certo punto, i calcoli delle coordinate dei vertici dei poliedri e delle loro proiezioni sulla tela sono diventati così complicati e le situazioni reciproche degli spigoli così ingarbugliate, che Lucio si è affidato all'elaboratore. Questo è in effetti quel che presentò a Venezia: di fronte al pubblico lui impostava i calcoli mentre il computer sfornava opere...
Dalla «rossa turrita» Bologna, alla vasta piana dello Skåne, la parte più meridionale della Svezia, nella stupenda cittadina di Lund. Ivi è in pensione da diversi anni l'ex preside della facoltà di Arte di quella Università, Oscar Reutersvärd [Ernst, 1990] [D'Amore, 1996].
Docente di arte ed artista lui stesso, giocherellando con la matita, nel 1934 realizzò un «disegno impossibile», cioè uno di quei disegni (dunque bidimensionali) che sembrano progetti per la realizzazione di oggetti (dunque tridimensionali) impossibili. Un vizio nella prospettiva (co-



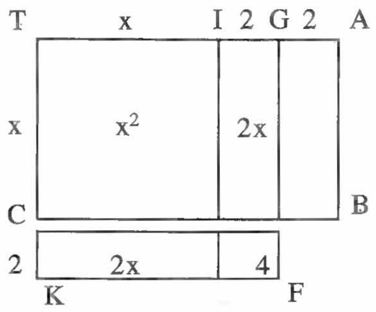
siddetta «giapponese», ma ve ne sono di vari tipi) abbastanza facile da rilevare, crea una strana situazione paradossale: il progetto è lì, visibile, apparentemente concreto, ma la sua realizzazione è negata [Reutersvärd, 1983]. Giochi sulla prospettiva impossibile sono vecchi di qualche secolo; molti pittori – anche celebri – li hanno eseguiti più per divertire che per altro. Oscar è fiero del fatto che i suoi disegni impossibili siano nati lo stesso anno in cui Walt Disney creava Donald Duck, molto prima dei Penrose[1] e di Escher[2]. Tutto ciò è naturalmente molto ben documentato: nel 1984 vari musei in diversi continenti hanno dedicato all'artista svedese mostre per celebrare il suo mezzo secolo di figure impossibili. Oscar non ricama invenzioni paesaggistiche su questi disegni impossibili; mentre Escher, su una scala che sale sempre, pone ambigui personaggi allucinati o canali d'acqua, Reutersvärd predilige evidenziare solo il disegno, nella purezza dell'impossibile. Quando fece il suo primo disegno impossibile, Oscar non sapeva nulla di prospettiva (se non le banalità che a volte si studiano a scuola), né di topologia. Poi scoprì, negli anni '70, la geometria e fu un amore viscerale e sconvolgente. Cominciò a porsi problemi matematici, tanto che la moglie Britt mi confessa che non sapeva più chi avesse sposato. Lei, disegnatrice a sua volta di tranquilli dolcissimi paesaggi lacustri, non capiva all'inizio questa morbosa passione del marito. Ci incontrammo a Lund nel 1977 e studiammo insieme i suoi inconsapevoli disegni da un punto di vista matematico. Il fascino che esercitavano su di lui le mie osservazioni era tale che lo vedevo rapito; avevo l'impressione che non sempre capisse del tutto, ma che intuisse quanto meno le problematiche che lui stesso aveva inconsapevolmente causato. Dopo alcuni anni, i problemi teorici me li poneva lui, ed io, confesso, ad un certo punto non ero più in grado di risolverli: nel 1989 mi chiese una formula che legasse il numero dei gradini delle sue scale impossibili ed il numero di «giri» delle stesse attorno all'asse verticale. Il 1993 fu la volta in cui mi arresi. Il suo piacere di fare matematica stava oramai superando la mia soglia critica: o pensavo ai miei problemi matematici, o ai suoi; e gli risposi di non essere in grado. Non ci ha mai creduto! Ha continuato a sfornare disegni impossibili, sempre più sofisticati, qualche volta cedendo alle numerose richieste di mercato.

Di Escher non occorre dire, perché è certo l'artista più conosciuto e più amato tra i matematici. Solo il ricordo delle sue dichiarazioni, dello stupore che lui stesso provò scoprendo la matematica. Se un errore fece, fu quello di avventurarsi nello studio della cristallografia, piuttosto che in quello della matematica dei poliedri e delle pavimentazioni, forse mal consigliato. Ma, talento geniale qual era indubbiamente, si accorse ben presto di dover cercare collegamenti con i matematici per risolvere i suoi problemi. Il suo contatto con il grande geometra Coxeter cambiò radicalmente la sua visione della stessa arte figurativa. I suoi trattati, resi celebri da conferenze che tenne in tutto il mondo, sono un bellissimo esempio di come un non matematico possa affrontare problemi di una certa complessità. La matematica in essi contenuta è, per così dire, ingenua, il simbolismo da lui stesso inventato, assomigliando più a quello dei cristallografi che non a quello dei matematici, è forse poco adatto.

Ma il piacere di pensare in matematica risulta sempre evidentissimo e si realizza e si evidenzia, a mio avviso, anche in questo atteggiamento razionale così tipico per la nostra disciplina ma, naturalmente, non esclusivo. (Fra le tantissime monografie di e su Escher, raccomando almeno [Locher, 1978] e [Schattschneider, 1992]).

Nel 1993 il XXII G.I.R.P.* si tenne nella incantevole cittadina di Las Navas del Marqués, vicino ad Avila, in Spagna. In quella occasione ebbi modo di parlare di un grande artista del XV-XVI secolo: Albrecht Dürer. Non mi ripeterò qui, se non per quel tanto necessario per ricordare come l'artista di Norimberga se ne andò in Italia ed in particolare nella mia Bo-

logna, per studiare geometria; e per ricordare, seguendo le sue stesse dichiarazioni, come la geometria in sé, e non più solo per le applicazioni che sperava di trarne per il suo lavoro, lo conquistò. Tanto che mostrai alcune opere che nulla più avevano a che fare con l'arte, bensì con la matematica in sé: studi di prospettiva, sezioni di coni, sviluppi di poliedri complessi, schizzi geometrici di figure umane, reticoli per l'analisi delle proporzioni e delle fattezze del viso [D'Amore, 1993].
L'inno alla matematica è certo raccolto in modo esplicito nella celeberrima *Melancolia*, ma anche nelle acqueforti tutte splendidamente geometriche, e nella sua celebre dichiarazione così poco «artistica» e così tanto «geometrica»: «Senza conoscenza l'arte è un miscuglio casuale di imitazione sconsiderata, fantasia irrazionale e pratica ciecamente accettata». Che cosa sia questa «conoscenza» è presto stabilito: basti pensare che egli ricercò la conoscenza attraverso lo studio della geometria; dunque si tratta di questo.
Come non notare che una delle radici etimologiche di «matematica» è proprio «mathema», cioè: «conoscenza»?
Il piacere di pensare in matematica è visceralmente presente in Dürer.
E che dire di Piero della Francesca?
Qualsiasi mio tentativo di parlare di Piero è destinato alla banalità, oramai, perché tutto è già stato detto, e meglio non saprei. Voglio solo ricordare che ci sono insegnanti d'arte, nei Licei artistici, che ignorano che Piero sia stato davvero un matematico, che sanno a malapena che Piero ha scritto un trattato di prospettiva, ma non ne conoscono l'importanza; ma nessuno – ribadisco: nessuno! – sa che Piero ha scritto un «Trattato d'abaco» nel quale protagonista non è la geometria, bensì l'algebra [Piero, 1970]. Che ivi Piero risolve equazioni di vari gradi con metodi algebrico-geometrici. Eccone un esempio.
Si deve risolvere l'equazione
$x^2+4x=140$.
Piero fa ricorso alla figura seguente:



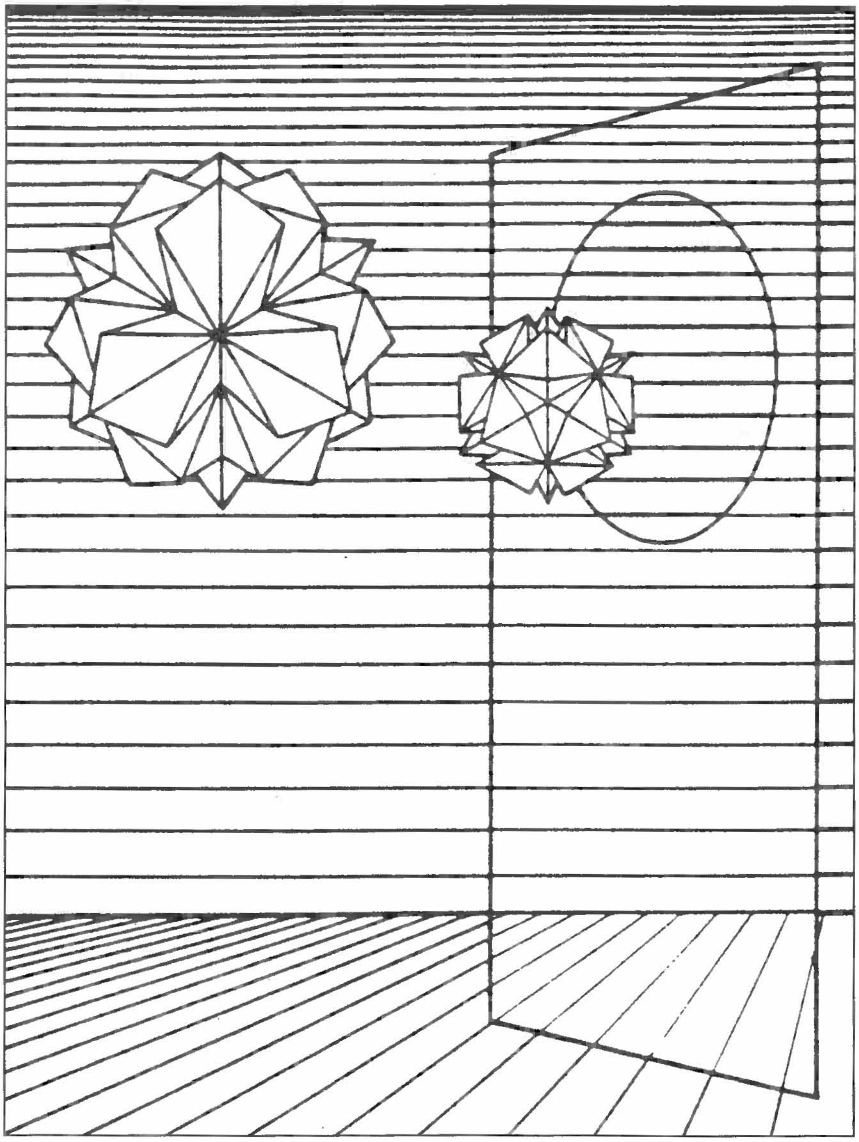
È $TG=x+2$ da cui: $TG^2=x^2+4x+4$.
Confrontando con l'equazione data: $TG^2=144$, cioè $TG=12$, da cui $x=10$.
Ma la fantasia di Piero non si ferma qui. Egli fornisce attraverso situazioni geometriche ottenute studiando il II libro degli «Elementi» di Euclide, soluzioni generali per le equazioni di III, IV e V grado; più precisamente:
$x^3+ax^2+bx=c$
$x^4+ax^3+bx^2+cx=d$
$x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx=e$
per le quali egli dà le formule generali seguenti:

$$x=\sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^3+c}-\frac{b}{a}$$

$$x=\sqrt[4]{\left(\frac{c}{a}\right)^2+d}-\sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$x=\sqrt[5]{\frac{bc}{a}+e}-\sqrt[3]{\frac{d}{a}}$$

Sulla validità di queste formule ho fatto esercitare più volte insegnanti ed allievi.
Va ricordato che la simbologia da me usata è quella moderna, creata diversi decenni dopo, da Viète e Descartes; in Piero non c'è simbolismo algebrico alcuno, ma solo descrizioni a parole. Per esempio, vediamo la sua risoluzione dell'equazione di III grado: «Quando le cose, li censi e li cubi sono equali al numero, dovemo partire prima per li cubi poi partire le cose per li censi et, quello che ne vene, recare a radici cuba et ponere sopra del numero; et radici cuba di quella somma, sarà la cosa, meno il partimento che venne de le cose partite ne' censi». In questo suo «Trattato d'abaco», a differenza di quel che accade in molti altri dello stesso periodo, c'è molta geometria, piana e solida. Tutto ciò, pur negli errori inevitabili nei quali incappa Piero, a dimostrazione del fatto che egli fu davvero grande matematico insieme ad artista geniale.
Che dire, allora, di questa ignoranza che hanno pure suoi estimatori, per una parte così cospicua della sua eredità? Anzi: così cospicua che mi pare impossibile vederne la grandezza come artista, se non attraverso la completezza della personalità?
Ed ora, lasciamo il mondo dell'arte figurativa per Mozart e Dante.
Il biografo Devenport, a proposito di Mozart, narra: «La sua mente era occupata dalla musica interamente fino al giorno in cui scoprì i rudimenti dell'aritmetica. Improvvisamente la casa fu invasa da numeri e calcoli scritti dappertutto, su muri, pavimento, tavoli e persino sedie. La sua passione per l'aritmetica aumentava di pari passo con quella della musica e la sua facilità per il contrappunto». Si tratta certo di sfondo storico a carattere aneddotico, ma perché non credere al doppio piacere provato da Mozart teorico della musica e dilettante aritmetico?
Ve lo immaginate quel Wolfgang Amadeus che a 3 anni si esibisce solista, che a 16 anni ha già scritto 135 lavori musicali, ve lo immaginate scorrazzare per la casa scrivendo numeri e formule dovunque? Forse proprio sulla base di questo aneddoto alcuni neuroscienziati della Università della California (ad Irvine) hanno realizzato un esperimento pochi anni fa. Hanno voluto collegare l'intelligenza musicale a quella matematica ed hanno eseguito la seguente prova. Furono assunti 36 studenti universitari di varie facoltà e venne loro proposto l'ascolto attento di un brano di dieci minuti della *Sonata per due pianoforti K448*. Ciò per cinque giorni consecutivi. Mentre questa fase procedeva, altrettanti giovani venivano posti all'ascolto per lo stesso periodo dello stesso brano musicale, ma anche di altri autori. Dopo di che, al sesto giorno, venne proposto ai due gruppi un test di ragionamento spaziale, una variante di un esame molto usato in psicologia umana sperimentale per valutare il livello di intelligenza secondo la scala di Stanford Binet. Si tratta di questo. All'esaminando viene mostrato un foglietto di carta disteso, sul quale sono indicate delle linee di ripiegamento e ritaglio. Gli si offrono poi cinque alternative, cioè 5 carte ripiegate, tra le quali egli deve scegliere quella che a suo avviso si ottiene con le piegature ed i ritagli indicati nella prima carta stesa. Secondo questi ricercatori statunitensi, il risultato è clamoroso: l'ascoltare il brano di Mozart aumenta l'abilità in modo significativo.
Ora, non so quanto chi mi legge creda ad esperimenti di questo genere, ma questo risultato è così suggestivo, che io mi diverto a prenderlo per buono.
E, per chiudere, Dante Alighieri.
Tutti sanno che Dante è considerato, in Italia, il sommo poeta, l'emblematico Poeta nazionale. Ma forse non tutti sanno dell'amore che Dante nutrì nei riguardi della matematica. In



particolar modo, Dante coltivò la passione per la geometria, l'aritmetica e la logica *(dialectica)*. Come al solito, amo mettere in luce la presenza della mia Università nella storia culturale non solo nazionale; va detto questa volta che Dante studiò logica a Bologna per una fortunata circostanza. L'Università di Bologna, avendo la protezione dell'imperatore, non era sottoposta ai vincoli della chiesa cattolica. Per cui, quando le facoltà teologiche furono condannate dal papa per gli studi che vi si facevano, ed in particolare fu bandita l'opera logica di Boezio di Dacia (nel 1277), ciò non riguardò Bologna (che non aveva neppure una facoltà di teologia)! E così Cavalcanti e Dante vi poterono studiare con i massimi logici dell'epoca, che solo a Bologna trovarono rifugio dalle persecuzioni della chiesa in alcuni anni (dopo la morte di Pietro Ispano, papa Giovanni XXI, lui stesso grande logico[3]). D'altra parte grazie a Michele Scoto la tradizione aristotelica reinterpretata da Averroé giunse dalla corte di Federico prima a Bologna che a Parigi (com'è testimoniato dalle lettere di Pier delle Vigne e di Manfredi). Dante studiò dunque la logica di Aristotele (il cosiddetto «Aristotele latino») e quella di Severino Boezio, ritrascritta e glossata da Gentile da Cingoli. Quanto alla geometria, forse l'opera di quest'ultimo Boezio (questa volta si tratta dell'enciclopedista del VI secolo) arrivò nelle mani di Dante; e quanto all'aritmetica, c'è chi dice che Dante studiasse addirittura l'opera di Leonardo Fibonacci il Pisano e c'è chi considera ciò impossibile.

Fatto sta, ecco l'opinione che ha Dante della Dialettica («*Convivio*», II, XIV, 8 e 11-12): «... A li sette primi [cieli] rispondono le sette scienze del Trivio e del Quadrivio, cioè Gramatica, Dialettica, Rettorica, Arismetrica, Musica, Geometria e Astronomia... E lo cielo di Mercurio si può comparare a la Dialettica per due proprietadi: che Mercurio è la più piccola stella del cielo, ché la quantitade del suo diametro non è più che di dugento trentadue miglia (...). L'altra proprietade si è che più va velata de li raggi del Sole che null'altra stella. E queste due proprietadi sono ne la Dialettica: ché la Dialettica è minore in suo corpo che null'altra scienza, ché perfettamente è compilata e terminata in quello tanto testo che ne l'Arte vecchia e ne la Nuova si truova; e va più velata che nulla scienza, in quanto procede con più sofisticati e probabili argomenti più che altra (...)».

Ho già scritto a lungo e più volte altrove su alcuni versi della «Commedia» dai quali traspare l'amore e l'interesse per la matematica in Dante Alighieri e quindi non mi ripeterò qui [D'Amore, 1996].

Ed ora un gioco, che forse non è poi tanto tale. Durante il G.I.R.P. di Locarno mostrai i calcoli che si desumono da *Paradiso* XXVIII, 91-93, quando si vuole effettuare il calcolo del numero degli angeli che nascono istante per istante a maggior gloria di Dio. Ne nasce una interessante questione: Dante conosceva ed utilizzava il sistema arabo-indiano e dunque le «figure delli indi»? Se no, come poteva capire in pieno il gioco del raddoppio dei chicchi di riso? Se sì, che cosa è allora il famoso «veltro»? Tale figura allegorica non andrà allora rivisitata?

Dunque, ne vien fuori un Dante amante delle cose matematiche, di un Poeta che non disdegna, anzi autorevolmente richiede, per la sua lettura, competenza matematica. Uno insomma, che sembra trarre piacere dal pensare in matematica!

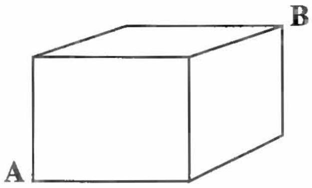
Seconda parte.
Il piacere dello studente che scopre la matematica.

Voglio ora presentare alcuni episodi occorsi a me stesso nei lunghi anni di militanza nelle scuole, quando giocavo a far giochi matematici con gli studenti per capirne i processi di risoluzione.

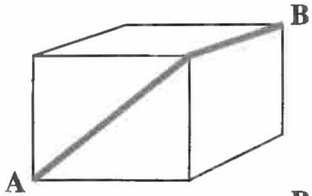
Dividerò questa II parte in 3 episodi.

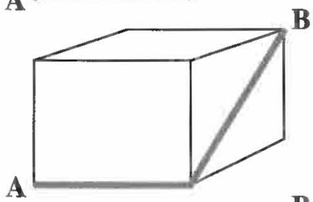
Episodio 1: Gli occhi di Andrea.

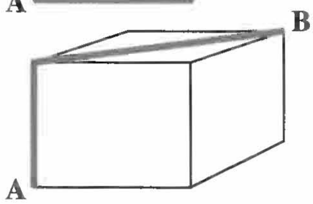
II elementare di Osteria Grande (Bologna). Il problema è: trovare il percorso più breve che unisce i due punti sul cubo pieno (di cartoncino):



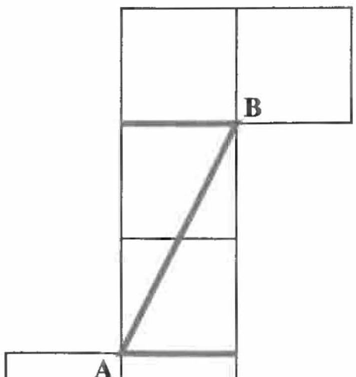
(In realtà, nella versione della storia, c'è una formichina che deve raggiungere il miele.) I bambini dànno quasi tutti le classiche risposte:



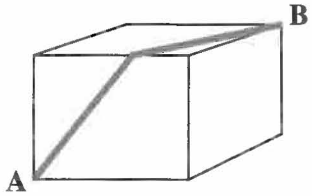




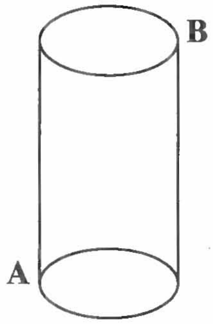
Ma poi la maestra «apre» il cubo di cartoncino e disegna la soluzione, convincendo tutti:



Quando richiude, ecco il miracolo! La strada cercata è diversa da tutte quelle proposte dai bambini:



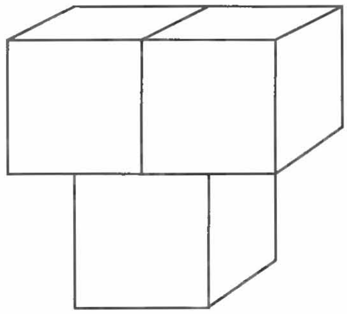
Intervengo io e propongo di trovare la strada più corta tra i due punti, nel seguente cilindro di cartoncino:



Molti bambini «sparano» risposte diverse; ma Andrea mi regala un'occhiata che non dimenticherò mai! Un'occhiata che esprime il gusto del trionfo, un sapore mai assaporato prima, una felicità morbosa e sottile, fatta del più genuino piacere che si prova nel pensare in matematica. Andrea apre la figura e ripete l'operazione precedente, con il fiato sospeso, con una gioia impossibile a dirsi a parole.

Episodio 2: *La felicità di Cristian.*

V elementare, prima periferia di Bologna. Cristian è assente, anche quando è presente. Ancora non esistono le insegnanti specializzate; per cui, mentre i suoi coetanei giocano ed apprendono, Cristian vive per conto suo, in un mondo impenetrabile agli altri. La scuola sta organizzando una mostra di matematica e quella quinta, in particolare, dovrà occuparsi del settore «giochi». Io vado a prepararli ed affido ad ogni bambino o coppia di bambini un gioco. Li alleno in modo che diventino imbattibili ciascuno in un gioco (insegnando loro le regole matematiche, i «trucchi», per vincere sempre). Quando arriva il turno di Cristian, la maestra mi avvisa che Cristian è come se non ci fosse. Io sono testardo e non voglio sentir ragioni. Sto con Cristian pochi minuti, il tempo di insegnargli un gioco di prestigio che lo fa letteralmente impazzire di entusiasmo. Si tratta di far stare in bilico due dadi faccia-a-faccia, su di un solo dado. Così:



Spiego a Cristian come si fa. Poi chiedo a dieci-dodici suoi compagni di provare. Nessuno è capace, sembra impossibile, ma Cristian sa il trucco e ce la fa, raccogliendo l'entusiasmo dei compagni. Impallidisce dalla gioia. Il suo faccione tondo di bambino malato, completamente calvo, va dal bianco che preannuncia uno svenimento (io mi spavento anche un po') al rossore dell'emozione più violenta. La maestra dice di non averlo mai visto così eccitato. Fa ancora la prova, davanti a tutti i compagni, e riesce. Si tratta di un trucco vergognoso, è vero [D'Amore, 1992a e 1992b], ma Cristian giocherà anche ad altri giochi più... matematici, nei giorni successivi! E proverà piacere nel farlo.

Episodio 3: *La gioia di* (un altro) Cristian.

I superiore, Casalecchio (Bologna). Quest'altro Cristian ha 16 anni ed è sordomuto profondo. Nessuna possibilità che possa sentire con i comuni canali uditivi, né ora né mai. Va tutto bene in algebra: ha capito come si fa a risolvere gli esercizi, anche se non capisce perché si faccia così e soprattutto a quale scopo[4]. Ma la sua insegnante lo loda e gli dà segni di stima e fiducia e quindi lui è soddisfatto e ben inserito in classe. È uno dei pochissimi che ha 8 in algebra e dunque ha la stima dei compagni, a volte stupiti che un muto sia così bravo. Il guaio inizia quando il programma passa alla geometria e la prima cosa da fare sono delle dimostrazioni. Cristian non riesce a capire che cosa significhi, che cosa deve *fare*. Mi comunicano il caso interessante ed intervengo personalmente. Incontro Cristian due volte, due sole volte. Nella prima stabiliamo un lessico comune. Che cosa vuol dire ipotesi? Presto detto: un gesto tipico dei non parlanti per dare sicurezza. Che cosa vuol dire tesi? Un altro gesto tipico dei muti per dire: «Ma dài, non ci credo. Voglio proprio vedere se è vero». Cristian finalmente capisce, esprime gioia da tutti i pori. Forse è la prima volta che ha *capito* qualche cosa in matematica, ed è una cosa *astratta!* La prima dimostrazione è null'altro che una successione di passaggi il cui scopo è andare dalla certezza (supposta) dell'ipotesi alla certezza (dimostrata) della tesi. Io scrivo tutti i passaggi, lasciando alcuni spazi bianchi che lui deve riempire con parole adatte. E così via, aumentando sempre più il numero e poi la lunghezza degli spazi vuoti. Due soli incontri, ed ho visto la persona più felice del mondo. L'otto di algebra si estende in geometria. Ma questa volta c'è padronanza consapevole, c'è il piacere di pensare e non solo la gioia del riconoscimento sociale di un fare...

Terza parte.
La scoperta come gioia.

Solo frasi, tratte *quasi* tutte da mie esperienze dirette, che esprimono il piacere di pensare in matematica.

III elementare, estrema periferia di Bologna. Si stanno studiando le moltiplicazioni... strane. Ed ecco l'intervento emozionato, con voce tonante, di un bambino: «Ma allora fare per dieci è come aggiungere uno zero!». L'emozione di aver fatto una scoperta.

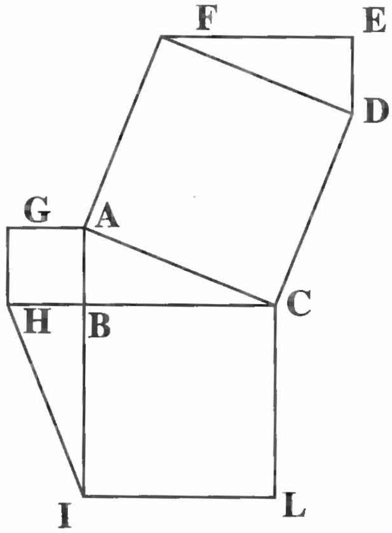
IV elementare, prima periferia di Bologna (ma oramai è quasi centro). Sto spiegando che i rettangoli hanno due assi di simmetria che sono le loro mediane. Mentre i rombi hanno anch'essi due assi di simmetria, che sono le diagonali. Tutto bene. Poi mostro il quadrato. I bambini sanno già che il quadrato è tanto rettangolo quanto rombo perché su questo abbiamo giocato molto. Io mi limito a far notare che i quadrati hanno i due assi di simmetria-mediane che spettano loro in quanto rettangoli. Ma anche i due assi di simmetria-diagonali che spettano loro in quando rombi. Uno dei presenti, in piedi, levando le braccia al cielo, urla: «Ma che fortuna!», segno anche questo del piacere di aver compreso perfettamente in modo personale e, forse, di essersi immaginato la situazione da un punto di vista grafico.

III media, Bologna quasi centro. I ragazzi hanno avuto a che fare con l'esponente fin dalla I media, ma non ne hanno afferrato le situazioni più... delicate. Si tratta di ripassarle.

L'insegnante sta facendo notare, in mia presenza, che $a^0=1$ e che $0^a=0$. Che cosa succederà quando a è 0? La proposta non sembra raccogliere troppo entusiasmo, finché un urlo soffocato di un bambino annuncia: «Ma è impossibile!», segno che ha fatto la prova, che ha pensato; l'emozione che traspare svela il piacere di esserci arrivato. Che cosa sia «impossibile», è presto spiegato da lui stesso ai compagni...

Ed ora la sorpresa.

Washington, 1876, durante una seduta del Congresso, uno dei senatori, James A. Garfield, che sarà Presidente degli USA dal 1880 al 1881 (in quell'anno sarà ucciso da una revolverata), trova una nuova dimostrazione del teorema di Pitagora. Non so che cosa stesse dicendo l'oratore in quel momento, né chi fosse; ma Garfield comunica ad alcuni vicini la scoperta e tutti si congratulano con lui, incuriositi:



DEF≅BHI
ACLIHG≅BAFEDC
ACLIHG-ABC-HBI≅ABHG+BCLI
BAFEDC-ABC-DEF≅ACDF
dunque
ABHG+BCLI≅ACDF

Non è rimasta alla storia la seduta, se non per questo episodio. Ebbene, da Presidente, Garfield ebbe poi a dichiarare a proposito di quella scoperta: «Mi diede più soddisfazione di una vittoria politica». Peccato che l'abbiano ammazzato; posso solo assicurare che non fu a causa della sua dimostrazione.

Bruno D'Amore**

* G.I.R.P. = Groupe International de Recherche en Pédagogie de la Mathématique

** NRD di Bologna, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, Facoltà di Scienze della Formazione primaria, Libera Università di Bolzano.

Note

1) L. S.Penrose ed R.Penrose pubblicarono il loro famoso triangolo globalmente impossibile nel «British Journal of Psychology» nel 1958.

2) M. C.Escher dichiarò che la sua prima litografia impossibile, «Belvedere», del 1958, era ispirata alla geometria ambigua del cubo di Necker, mentre «Salite e discese», del 1960, si ispirava proprio al lavoro dei Penrose.

3) Di Pietro Ispano, che Dante pone in Paradiso (Par. XII 134-135) definendolo *«lo qual giù luce per dodici libelli»,* facendo riferimento alla sua grandiosa opera *«Summulae logicales»,* voglio ricordare la definizione di logica: «Dialectica est ars artium et scientia scientiarum ad omnium methodorum principia viam habens».

4) Ma in questo senso, anche i suoi compagni (che ci sentono benissimo) non hanno grandi informazioni in più ...

Bibliografia

D'Amore B. (1992), Matematica e magia. *Scuola Se,* 81/82, 20-23.

D'Amore B. (1992), *Giochi logici, linguistici e matemagici.* Milano, Angeli.

D'Amore B. (1993), Geometria: mezzo pedagogico per l'educazione matematica, *La matematica e la sua didattica,* 4, 387-408.

D'Amore B. (1996), Alcuni aspetti della matematica nella Divina Commedia, in: D'Amore B. & Speranza F. (eds.) (1996), *La matematica e la sua storia.* Milano, Angeli.

D'Amore B. (1996), *Oscar Reutersvärd,* presentazione ad una mostra personale, Galleria Verifica 8+1, Venezia.

Delessert A. (1997), Sul piacere in matematica, in: Jannamorelli B. (ed.) (1997), *La ricerca in didattica della matematica: da ipotesi teoriche ad esperienze didattiche,* Atti del 3° Seminario Internazionale di Didattica della Matematica, Sulmona aprile 1997. Torre dei Nolfi, Qualevita.

Ernst B. (1990), *Avventura con figure impossibili.* Berlin, Taschen.

Locher J. L. (ed.) (1978), *Il mondo di Escher.* Milano, Garzanti.

Piero Della Francesca, Trattato d'abaco, a cura di Arrighi G. (1970), Domus Galileiana, Pisa.

Reutersvärd O. (1983), *The impossible coloring book,* 2 volumi. New York, Perigee.

Saffaro L. (1976), Dai cinque poliedri platonici all'infinito, Enciclopedia della scienza e della tecnica, Annuario 1976. Milano, Mondadori.

Saffaro L. (1990), Nuove classi di poliedri, *La matematica e la sua didattica,* 3, 28-34.

Schattschneider D. (1992), *Visioni della simmetria.* Bologna, Zanichelli.