

# La risoluzione dei problemi di matematica nelle scuole elementari

Recentemente l'Ufficio studi e ricerche ha pubblicato i risultati di un'indagine sulla risoluzione dei problemi, svolta nelle classi di V i cui allievi, al termine dell'anno scolastico 1986/87, hanno concluso la scuola elementare dopo cinque anni di applicazione dei nuovi programmi.

## I problemi: punto chiave dell'apprendimento e dell'insegnamento

L'attività imperniata sulla risoluzione dei problemi è al centro dell'apprendimento e dell'insegnamento della matematica. Oltre che ad essere l'elemento integratore delle acquisizioni matematiche (numeri, operazioni, geometria, logica, misure), essa contribuisce alla formazione globale dell'allievo: gli permette di stabilire un ponte tra matematica e realtà, di sviluppare il desiderio di comprendere, di stimolare la creatività, di diventare più autonomo e di sviluppare diverse importanti abilità (strutturare, organizzare, formalizzare, valutare criticamente, ecc.).

I problemi costituiscono il banco di prova della padronanza non solo di tecniche e concetti vari, ma anche di un certo metodo di lavoro e di ricerca di fronte a situazioni nuove. È sempre stato un argomento delicato, un punto critico dove diversi allievi incontrano a volte difficoltà insormontabili.

## Un'analisi dell'argomento e delle principali difficoltà di risoluzione

Nel rapporto che rende conto dell'indagine<sup>1)</sup> viene fatto il punto della situazione riguardo alla capacità di affrontare problemi di matematica di vario tipo e difficoltà, dopo l'introduzione della riforma. Esso contiene un'analisi dell'argomento dal profilo psico-

pedagogico, in cui vengono precisate alcune questioni importanti:

Qual è il senso che viene attribuito al termine «problema»? Quale evoluzione ha conosciuto questa nozione nell'insegnamento della matematica? Quali sono le componenti essenziali che intervengono nella risoluzione?

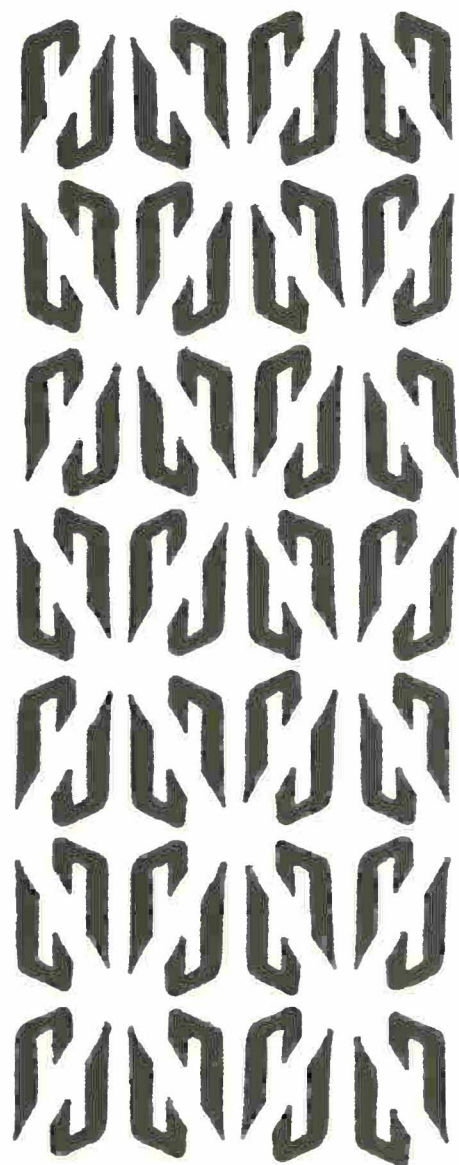
La parte centrale di questa analisi è dedicata alle principali difficoltà che gli allievi incontrano:

- difficoltà connesse alla percezione del problema e a un atteggiamento negativo nell'affrontarlo;
- difficoltà a comprendere l'enunciato;
- difficoltà dovute a una scarsa assimilazione del programma;
- difficoltà connesse al senso e alla reversibilità delle operazioni;
- difficoltà di progettazione;
- mancanza di abitudine a controllare l'attendibilità del risultato;
- altre difficoltà (scarsa padronanza della tecnica delle operazioni e di certi automatismi, scarsa abitudine all'ordine e alla precisione, ecc.).

Senza pretendere ovviamente di esaurire le tematiche sollevate, vengono forniti degli elementi per un arricchimento del quadro concettuale riguardante i principali fattori di difficoltà.

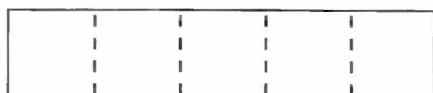
## I dati più significativi emersi dall'indagine

I risultati delle prove di verifica<sup>2)</sup> hanno rivelato la presenza di difficoltà superiori al previsto. Si è potuto constatare che gli allievi ottengono buoni risultati quando devono risolvere problemi molto simili, sia per forma che per contenuto, a situazioni già analizzate in precedenza. Non appena i problemi si discostano anche solo lievemente da quelli



esercitati in classe, il «transfer» stenta a realizzarsi e il numero di errori aumenta subito in numero considerevole. Ciò vuol dire che parecchi allievi non sono stati in grado di reinvestire convenientemente le conoscenze imparare in situazioni nuove. Si ha l'impressione che diversi allievi affrontino il problema affidandosi più al condizionamento e ad abitudini acquisite che non al ragionamento e alla ricerca. Si è pure notato un certo numero di errori dovuti quasi sicuramente a una lettura troppo sommaria e superficiale dell'enunciato del problema. Un'altra cosa da segnalare è l'assenza quasi totale dell'uso di schemi, schizzi o tabelle per rappresentare i problemi (anche nel caso in cui una traduzione schematica avrebbe facilitato considerevolmente la ricerca della soluzione), come pure la scarsa abitudine a verificare l'attendibilità del risultato. Sono tutti indizi questi che fanno pensare alla mancanza di un «piano di azione» per affrontare i problemi. Anche se ovviamente la strategia può essere molto diversa a seconda dei problemi, è ragionevole pensare che esistano dei punti da osservare, validi in qualsiasi situazione, che possono orientare la ricerca della soluzione (Per esempio: Che cosa devo cercare? Che cosa conosco? Come posso rappresentare la si-

## Esempio di problemi delle prove - V classe (maggio 1987)



Un rettangolo è composto di 5 quadrati di 35 cm di lato.  
Qual è il perimetro del rettangolo?

|                        | N.         | %            |
|------------------------|------------|--------------|
| Soluzione esatta       | 177        | 53,8         |
| Errore di calcolo      | 14         | 4,3          |
| Errore di ragionamento | 121        | 36,8         |
| Nessuna risposta       | 17         | 5,2          |
| <b>Totale</b>          | <b>329</b> | <b>100,0</b> |

tuazione? Uno schizzo può essere utile? Il risultato ottenuto è verosimile? Ecc.).

Un altro punto emerso dall'indagine riguarda il ritmo di lavoro, l'organizzazione del tempo nell'esecuzione di un compito, nonché l'attitudine a sostenere un certo sforzo mentale. In una delle due prove si è notato un aumento significativo del numero delle soluzioni tralasciate in corrispondenza con gli ultimi problemi della prova. Verosimilmente certi allievi non li hanno affrontati per mancanza di tempo, oppure perché verso la fine hanno accusato un cedimento dovuto a una certa fatica intellettuale. È risaputo che il ritmo di lavoro, l'organizzazione del tempo e la resistenza ad uno sforzo prolungato sono delle variabili che incidono in misura importante sul profitto scolastico. È perciò assai probabile che allievi eccessivamente lenti, incapaci di distribuire convenientemente le loro energie su un determinato lasso di tempo e per di più facilmente affaticabili incontrino delle difficoltà passando alla scuola media, dove il ritmo di lavoro è sicuramente più sostenuto e le richieste in fatto di capacità di lavorare autonomamente e di resistenza allo sforzo sono maggiori che non alle elementari.

Se da un lato è giusto che gli insegnanti tengano conto nella impostazione dell'insegnamento delle possibilità e dei ritmi diversi degli allievi, è altrettanto importante che non ci si adegui al ritmo troppo lento di certi alunni ma li si solleciti a lavorare con maggior speditezza e ad accrescere la capacità di sostenere uno sforzo mentale e una concentrazione più continui.

Un'altra constatazione si riferisce al livello di rendimento molto eterogeneo tra una classe e l'altra (fino a una differenza di rendimento del 46%). A determinare questo divario concorrono non solo fattori legati alle caratteristiche intellettuali e socio-culturali degli allievi che compongono le classi, ma sicuramente anche fattori connessi alle condizioni generali dell'insegnamento e alla variabile didattica. Viene suggerito pertanto di prendere maggiormente in considerazione le modalità di lavoro (le strategie didattiche, il tipo, la frequenza e il numero di problemi affrontati) dei docenti che hanno ottenuto risultati eccellenti nelle prove di verifica; ciò permetterebbe sicuramente di trarre importanti indicazioni su come impostare un lavoro didattico efficace.

Che cosa fare per migliorare i risultati? Per ottenere dei progressi nella risoluzione dei problemi? A questi interrogativi conclusivi viene fatto presente che qualche passo è già stato intrapreso. L'Ufficio dell'insegnamento primario ha promosso una raccolta di problemi di vario tipo che dovrebbe facilitare il compito degli insegnanti nella scelta di situazioni significative e favorire nello stesso tempo un minimo di coordinamento. Nell'ambito delle offerte di aggiornamento proposte dalla Scuola Magistrale Postliceale è stato inserito quest'anno un corso dedicato ai «Problemi di matematica» che ha riscosso un elevato grado di partecipazione. Accanto a queste iniziative si sottolinea l'importanza di favorire e promuovere la ri-

## Esempi di problemi delle prove - V classe (maggio 1987)

| Giovanni ha messo da parte 635 monete da 20 centesimi.<br>Calcola quanti franchi possiede. |            |              |
|--|------------|--------------|
|  | N.         | %            |
| Soluzione esatta   | 187        | 56,8         |
| Errore di calcolo  | 15         | 4,6          |
| Errore di ragionamento   | 115        | 35,0         |
| Nessuna risposta   | 12         | 3,6          |
| <b>Totale</b>  | <b>329</b> | <b>100,0</b> |

| Un litro di cognac costa 63.50 fr.<br>Quanto costa una bottiglia di 7 dl? |            |              |
|---|------------|--------------|
|   | N.         | %            |
| Soluzione esatta  | 165        | 50,2         |
| Errore di calcolo   | 30         | 9,1          |
| Errore di ragionamento  | 81         | 24,6         |
| Nessuna risposta  | 52         | 16,1         |
| <b>Totale</b>   | <b>329</b> | <b>100,0</b> |

| Carlo ha comperato 6 hg di prosciutto; Luigi ne ha comperato 8 hg.<br>Luigi ha pagato 12,40 fr. più di Carlo.<br>Quanto costa 1 hg di prosciutto? |            |              |
|---|------------|--------------|
|   | N.         | %            |
| Soluzione esatta  | 171        | 57,0         |
| Errore di calcolo   | 4          | 1,3          |
| Errore di ragionamento  | 94         | 31,3         |
| Nessuna risposta  | 31         | 10,3         |
| <b>Totale</b>   | <b>300</b> | <b>100,0</b> |

| Il serbatoio di un'automobile ha la capacità di 56 litri.<br>L'indicatore segna che ne rimane 1/4.<br>Quanti litri ci sono ancora nel serbatoio? |            |              |
|--|------------|--------------|
|  | N.         | %            |
| Soluzione esatta   | 276        | 83,9         |
| Errore di calcolo  | 13         | 4,0          |
| Errore di ragionamento   | 26         | 7,9          |
| Nessuna risposta   | 14         | 4,3          |
| <b>Totale</b>  | <b>329</b> | <b>100,0</b> |

cerca didattica per studiare la possibilità di sviluppare negli allievi la capacità di risolvere problemi attraverso delle attività specifiche e abbastanza sistematiche (impennate sull'analisi e la formulazione di enunciati, sul confronto di procedimenti risolutivi diversi, sui suggerimenti e i principi generali da osservare durante la risoluzione, ecc.), inserite in un progetto didattico dinamico e funzionale.

<sup>1)</sup> «La risoluzione dei problemi di matematica nelle classi di applicazione di V elementare», USR 87.12.

<sup>2)</sup> L'indagine era impennata su due prove di verifica:

- la prima comprendeva 12 problemi con difficoltà non molto elevate ma richiedenti tuttavia un certo livello di comprensione critica;

- la seconda comprendeva 6 problemi più complessi, che richiedevano maggior impegno, spirito di ricerca, intuizione e ragionamento più spiccati.